

# 低グラスホフ数域における垂直加熱平板の自然対流場に関する研究

著者	斉藤 朗
学位授与機関	東京商船大学
学位授与年度	2001
URL	<a href="http://id.nii.ac.jp/1342/00000621/">http://id.nii.ac.jp/1342/00000621/</a>

学位論文

低グラスホフ数域における垂直加熱平板  
の自然対流場に関する研究

平成13年度  
(2001)

東京商船大学大学院  
商船学研究科  
交通システム工学専攻  
齊藤 朗

# 目 次

第1章 緒論	
1.1 本研究の目的と意義	1
1.2 これまでの研究概要	2
1.3 本研究の概要	5
第2章 垂直加熱平板の自然対流場に与える影響 (断熱床, 断熱天井の影響)	
2.1 自然対流熱伝達の実験	7
2.1.1 実験装置と実験方法	7
2.1.2 実験結果と考察	9
2.2 数値解析と解析手法	18
2.2.1 自然対流場の基礎式	18
2.2.2 境界条件	20
(1) 垂直加熱平板に断熱床または断熱天井が設置された場合	20
(2) 垂直加熱平板に断熱床と断熱天井が設置された場合	22
2.2.3 数値解析手法	23
2.2.4 本研究における数値計算の精度	24
2.3 数値計算結果と考察	28
2.3.1 垂直加熱平板に断熱床が設置された場合	28
(1) 流れ場	28
(2) 温度場	29
(3) 熱伝達率	29
2.3.2 垂直加熱平板に断熱天井が設置された場合	39
(1) 流れ場	39
(2) 温度場	39
(3) 熱伝達率	40
2.3.3 垂直加熱平板に断熱床と断熱天井が設置された場合	49
(1) 流れ場	49
(2) 温度場	49
(3) 熱伝達率	49
2.4 本研究, 半無限平板の相似解, および他の研究結果の平均ヌッセルト数比較	54
2.5 結 言	56

第3章 断熱床面上の垂直加熱平板厚さが自然対流場に与える影響	
3.1 数値解析と解析手法	59
3.1.1 境界条件	59
(1) 両壁等温壁の場合 ( 高温壁と低温壁との温度比 $R = 1$ )	59
3.2 数値計算結果と考察	62
3.2.1 高温壁と低温壁との温度比 $R = 1$ の場合	62
(1) 流れ場	62
(2) 温度場	62
(3) 熱伝達率	62
3.3 結 言	65
第4章 温度差がある垂直加熱平板間に発生する自然対流場の干渉現象	
4.1 数値解析と解析手法	74
4.1.1 境界条件	74
(1) 両壁間に温度差がある場合 ( 高温壁と低温壁との温度比 $R < 1$ )	74
4.2 数値計算結果と考察	75
4.2.1 高温壁と低温壁との温度比 $0 < R < 1$ の場合	75
(1) 流れ場	75
(2) 温度場	76
(3) 熱伝達率	76
4.2.2 高温壁と低温壁との温度比 $R < 0$ の場合	78
(1) 流れ場	78
4.2.3 垂直加熱平板からの発熱量評価	79
4.3 結 言	80
第5章 結 論	112
参考文献	114
記 号	117
謝 辞	119
APPENDIX	
A. 半無限平板の相似解の誘導	120
B. 一様流中に設置された傾斜加熱平板に沿う流動と熱伝達	122



# 第1章 緒論

## 1.1 本研究の目的と意義

近年、半導体の開発が進み、各種電子機器の小型化、高精度化が要求されるようになり、それに伴って、これら機器内部での熱除去が重要な問題となってきた。このような電子機器内部の熱除去には、簡単な場合、自然対流冷却や強制対流冷却が用いられ、大型コンピュータのような特殊な場合には、液体窒素を利用した沸騰などの相変化伝熱が利用されている。しかしながら、現在においても筐体内部の細部に関しては自然対流冷却を利用する場合が最も多く、しかもこのような電子機器内部においては対象とする発熱体の代表高さが小さいため、比較的低いグラスホフ数域における自然対流熱伝達の解明が重要になってきている。

自然対流熱伝達に関しては現在までに数多くの研究が行われてきた。これらの研究は垂直あるいは水平加熱平板に関連する場合が多く、垂直加熱平板の場合、研究対象として半無限平板や無限平板を扱うことが多い[1]。したがって、半無限平板あるいは無限平板に沿って成長する高グラスホフ数域の独立した自然対流場の研究を対象としている。これに反し、実際の機器の場合、筐体内部の発熱体の代表高さは有限であり、さらに発熱体周囲には床や天井等の障害物が設置されている場合が多く、現在まで得られた研究結果とは異なることが予測される。低グラスホフ数域における垂直加熱平板の自然対流熱伝達に関しては山崎ら[2-3]の研究があるが、山崎ら[2-3]の研究においても垂直加熱平板に設置された障害物(床、天井)の自然対流場に与える影響は明らかにされていない。また、各種電子機器の内部には複数の半導体チップ(発熱体)が設置され複雑な形状空間や多くの代表温度が存在する。そのため、筐体内部の伝熱現象は現在までに行われてきた独立した自然対流場の研究とは異なり、それら個々の発熱体から誘起された対流プルームが相互に干渉し極めて複雑な伝熱現象となる。

近年における伝熱工学の進展は、1000 MW クラスの大型事業用ボイラ(蒸発量約 3160 ton/h)の設計・運転を可能とし、高熱流束域で稼動する熱機関を完成させた。工業・工学的応用という観点から考えた場合、伝熱工学の一分野は完成の域に近いと云える。しかしながら、大型事業用ボイラの伝熱過程も個々の基本的な伝熱現象が組み合わせられ成立している。すなわち、伝熱工学においても、工学上の応用のみを重視する観点から、現象を詳細に研究する理論的なアプローチも今後必要になると思われる。たとえば、高グラスホフ数域における自然対流熱伝達は工学上の応用が十分に可能であるが、無限流体中へ設置された加熱平板周囲に自然対流場が形成された場合、どの距離までの流体粒子が平板へ引き寄せられるかという最も基本的な自然対流場の伝熱機構の解明は、現在においても十分になされていない。

このような現状において本研究は、低グラスホフ数域における垂直加熱平板に設置された障害物(床、天井)と床上に設置された垂直加熱平板の平板厚さが自然対流場に与える影響に関し、流れ場、温度場、熱伝達率等の主要な伝熱特性を理論的なアプローチにより詳細に調べ、さらに低グラスホフ数域において発生する自然対流場の干渉現象に関し詳細な検討を行ったものである。工学上応用範囲が広い高グラスホフ数域における垂直加熱平板の自然対流熱伝達は従来からの研究[1]でほぼ解明されたと云える。これに反し、低グラスホフ数域における垂直加熱平板に関する研究は山崎ら[2-3]

の研究があるが、低グラスホフ数域において自然対流場を拘束する障害物（床、天井）の影響に関する研究および低グラスホフ数域において複数の自然対流場が干渉する場合の研究は筆者の知る限りほとんどない。

本研究で得られた知見は、発熱体の代表長さが小さい低グラスホフ数域における伝熱現象を解明するとともに、マランゴニ対流が支配する直前における低重力下の伝熱研究にも貢献し、将来、低重力下の自然対流熱伝達を解明する可能性もある。

## 1.2 これまでの研究概要

自然対流熱伝達とは、流体中に加熱あるいは冷却伝熱面が設置された場合に発生する流体運動に伴う熱輸送現象を言う。この現象は、気象現象に現れる地球規模における大気の大循環やラジエータからの空気への放熱現象、寒冷地で用いられる二重窓内部の伝熱現象、また、工業上利用される自然循環ボイラにおける蒸気ドラムと水ドラムとを結ぶ降水管一上昇管の間にも見られ、きわめて多岐にわたる。したがって、それらの研究事例は莫大な数になり、自然対流に関する研究の全てをここで網羅することは不可能に近い。そこで、本章では、本研究と関連が深い無限流体中へ単独に設置された垂直加熱平板および平行に二枚の垂直加熱平板が設置された場合の研究に焦点を絞り以下に説明する。

自然対流熱伝達の解明には一般に加熱体周囲の速度場と温度場とを知る必要がある。しかしながら、加熱体周囲の速度および温度境界層は非常に薄く、さらにその絶対値が小さいため、実験は一般に困難である。このため、理論解析が多く取り入れられ、実験と理論解析の両面から自然対流場の解明が行われてきた。理論解析には、流体の運動方程式、エネルギー方程式、および連続の方程式を連立し、境界条件へ適合する解を見出す必要がある。しかしながら、自然対流現象の速度場と温度場は相互に影響を及ぼし非線形の複雑な系をなすため、解析解においても工学上応用範囲が広い代表的な物体周りの伝熱現象に限定され、垂直および水平加熱平板と加熱円柱、管列群、フィン列などが解析されてきた。

本研究が対象とする垂直加熱平板の場合、現在に至る研究では、無限流体中に設置された無限あるいは半無限加熱平板を扱う場合が多い。Schmidt と Beckmann [4] は、空気中に設置された高さ 11 cm、幅 25 cm の垂直加熱平板に関し、直径およそ 0.02 mm の水晶糸におけるたわみ変位を利用して速度境界層内部の速度分布を調べ、さらに、直径およそ 0.015 mm のマンガナーコンスタンタン熱電対を用いた温度測定を行い、自然対流場の速度および温度分布を明らかにした。Schmidt ら[4]の結果は、速度場と温度場が加熱平板の周囲のうすい層に限定されることを示し、自然対流場が十分に形成された場合、基礎式に適用される境界層近似の妥当性を示した。実験による解明が進む一方、自然対流場の基礎式を解くことにより、自然対流熱伝達の理論解析が現在までに並行して行われてきている。

これらの理論解析は大別して、

- ①相似解—適当な相似変数を導入し常微分方程式へ変換して境界条件に適合する解を見つける方法
  - ②摂動解—摂動パラメータを用いて相似解を外挿補正する方法
  - ③プロフィール法—境界層内の温度および速度分布を仮定し近似的に解く方法
  - ④偏微分方程式を有限差分法などを用いてコンピュータにより直接数値解析を行う方法
- があり ([1], [5], [6], 特に [1] に詳しい), 以下に代表的な研究例を述べる。

無限流体中に独立して設置された半無限垂直平板の自然対流熱伝達の解明は、Ostrach [7] , Cheeswright [8] , Kao [9] など数多くの研究がなされている。しかしながら、実際の機器においては、筐体内部の発熱体の代表長さは有限であり、特に、代表長さが小さくなると境界層近似が成立しなくなり、伝熱特性は半無限平板の結果と異なることが予測される。

山崎ら [2-3] は、半無限平板のように平板後縁が無限に広がる場合と異なる有限の長さを持った垂直加熱平板（有限長平板）の自然対流熱伝達に関し、平板高さ  $h=50, 25, 15, 10, 5$  mm の空気に対する実験 ( $50 < Gr < 10^6$ ) と数値解析 ( $0.1 < Gr < 10^5$ ) を行い、流れ場は半無限平板のように境界層に沿って無限に上昇する流れと異なり環状流（ロール）になることを示し、さらに平板下端部の局所ヌッセルト数  $Nu_h$  が増大すること、および平均ヌッセルト数  $Nu$  に関する評価式を呈示している。Yang ら [10] は有限長さを有する加熱平板に対し、相似解を基本とする摂動法による解析を行い、Suriano ら [11] は定常熱伝導を基本解とする摂動法を行っているが、グラスホフ数  $Gr$  が極めて小さい  $Gr < 1$  の範囲に限られている。また、Suriano ら [12] は、有限長の垂直平板および水平平板のグラスホフ数約 300 までの場合の有限差分法を用いた数値解析も行っているが、Yang ら [10] の結果とは異なった傾向を示している。宮本 ら [13] は比較的短い垂直平板の数値解析を行い、伝熱板の厚さおよび天井の影響を調べているが、平均ヌッセルト数は Yang ら [10] の解より大きい。特に、グラスホフ数の低い領域ではこれらの各研究結果は異なった傾向を示す。能登ら [14] は高さと同幅の小さい垂直平板のグラスホフ数 280 までの三次元数値解析を行い、自然対流場の三次元特性を明らかにし、さらにアスペクト比の影響も調べている。

一方、半無限平板の実験で得られる平均熱伝達率は理論値より高い値を示す傾向があると云われ、加熱平板長さが 288 mm 以上のものについて示された空気に対する Griffith ら [15] の結果は、境界層近似解 [20]  $Nu=Ra^{1/4} f(Pr)$  から得られる半無限平板の相似解 [1]  $Nu=0.515(Ra)^{1/4}$  より 30 ~ 40 % 程度大きな値を示している。

ところで、垂直平板からの自然対流熱伝達においては、加熱平板の下方は無限に広がった自由空間であり、前縁の形状やその下方の空間が固体壁によって拘束された場合の熱伝達特性に与える影響は、ほとんど考慮されていない。Gryzagoridis [16] は、加熱平板の前縁近傍の熱伝達は前縁下方から誘起される流れのため促進され、境界層近似解よりも増大することを示している。また、宮本ら [17-18] は、半無限平板の前縁近傍の熱伝達に関し、前縁形状および前縁下方の床の影響を数値解析によって調べ、床が前縁に近づくと熱伝達率が低下すること、また有限厚さの加熱平板では厚さが大きくなると熱伝達率は低下することを示し、さらに、短い垂直加熱平板の熱伝達特性に関しても数値解析により調べている [19]。

上述のように、現在までの垂直加熱平板の研究に関しては、山崎ら [2-3] , 能登ら [14], および宮本ら [19] を除き、その大部分が無限流体中に設置された半無限平板を対象としており、本研究のように境界層近似の適用が難しくなる低グラスホフ数域における垂直加熱平板に設置された障害物（床、天井）が自然対流場に与える影響を詳細に調べた研究はほとんどなく、さらに、低グラスホフ数域において複数の対流場が干渉する場合の研究も筆者の知るところほとんどない。

次に、平行に置かれた二つの垂直加熱平板が無限流体中へ設置された場合の研究について、以下にその概略を述べる。

#### (a) 二平板の温度条件が等しく一様温度の場合

- ① Elenbaas [21] は、半理論的解析から導いた平均ヌッセルト数を求め、さらに空気を利用した実験を行い、その妥当性を示した。
- ② 相原ら [22] は、シュリーレン法による実験を行い、平均ヌッセルト数に関する実験式を提示した。相原らの結果は、Elenbaas [21] の実験値より約 20 ～ 30 % 低い値を示している。
- ③ Levy [23-24] は、与えられた放熱熱流束のもとで平板温度を最小にするための平板間隔条件を実験的に求めた。
- ④ 相原ら [25-26] は、平行平板間に主平板と同温度の主平板より短い補助平板を主平板間中心の流入部、中央部および流出部にそれぞれ挿入した場合の数値解析を行い、補助平板を用いた場合には熱交換器における材料費あたりの伝熱量の増大が可能であることを示している。
- ⑤ Sparrow [27] は、ナフタリン昇華法を利用した正方形の平行平板に関する実験を行い、平板間隔が小さくなると平均熱伝達率は Elenbaas [21] の実験値より大きくなることを示している。

#### (b) 二平板の温度が等しくない場合

- ① 宮武ら [28] は、一面一様温度で他面断熱壁の場合の垂直平行平板に関して数値解析を行い、平均ヌッセルト数は一様温度の単独平板の相似解より、プラントル数 0.7 と 10 に対して、それぞれ 19 % , 10 % 程度大きくなることを示している。
- ② 宮武ら [29] は、一様熱流束と断熱の二平板の場合について数値解析と純水を用いた実験を行い、局所熱伝達率を測定し、数値解析結果と実験結果が良く一致することを示した。
- ③ 宮本ら [30] は、一面一様熱流束・他面断熱の場合に関し、グラスホフ数の大きい乱流場に対する実験を行い、平板下端と水平な床面の間の距離の影響も検討し、局所熱伝達率を求めている。
- ④ Aung ら [31] は、両平板が相異なる一様温度および一様熱流束の場合をプラントル数が 0.7 の流体について数値解析を行い、また一様温度の場合については干渉計を用いて空気に対する実測値も得ている。
- ⑤ Sobel ら [32] は、両板が相等しい一様熱流束に対して流路の中間部と出口部における局所熱伝達率を測定している。
- ⑥ 宮武ら [33] は、両板相等しい場合も含め両板が相異なる一様温度の場合に対してプラントル数が 0.7 と 10 の場合の数値解析を行い、両平板が相等しい一様温度の場合は相原の空気に対する実験結果とほぼ一致することを示している。
- ⑦ 佐原ら [34] は、干渉計を用いて空気に対する両板相異なる一様温度の場合の実験を行い、両板等温度の場合には、相原の実験値とよく一致することを示している。
- ⑧ 宮武ら [35] は、両平板が相異なる一様熱流束の場合に対して数値解析を行って局所熱伝達率を求める式を与えており、片面の熱流束 = 0 となった場合には、先に行った一様熱流束と断熱の二平板の場合の実験結果とよく一致することを示している。
- ⑨ 玉利ら [36] は、相等しい一様熱流束で両面加熱と片面加熱の場合の数値解析と実験を行い、局所熱伝達率は伝熱面下端近くで増大することを示している。
- ⑩ 長谷川ら [37] は、開放形熱サイフォンの熱伝達において、流体の流動状態を観察するために蒸留水およびエチレングリコールを用いて、幅 50 mm で高さ 200 mm と 300 mm の伝熱面を持った長

方形断面の管路による実験を行い、その結果を管路の相当半径を代表長さ  $s$  として、これにもとづいた平均ヌセルト数  $Nus$  とグラスホフ数  $Grs$  を用いて、 $Nus$  を  $Grs Pr S$  に対して整理している。但し、 $S=s/h$  で  $h$  は伝熱面高さである。実験結果は、開放形熱サイフォンに関する Lighthill [38] の理論解とほぼ一致することを示している。レイリー数  $Ra$  の範囲は  $Ra=2 \times 10^8 \sim 6 \times 10^{10}$  である。

⑪ Siegel ら [39] は、高さ 1778 mm、幅 1346 mm の伝熱面を用いて、空気中で一様熱流束条件における垂直平行平板の自然対流熱伝達に関し、平行平板の上端、下端が開放した場合や閉鎖した場合などの実験を行い、局所熱伝達率を測定している。

平行二平板の場合、現在までの研究の大部分は、長谷川 [37]、Siegel [38] を除き、無限流体中に二平板が設置された場合の研究であり、平行二平板の研究においても前縁下方の障害物などにより対流場が拘束された研究および低グラスホフ数域まで範囲を広げた研究はほとんど行われていない。したがって、これらの研究はその概要を簡単に記した。

ここで従来の研究をまとめると次のようになる。

単独に設置された垂直加熱平板あるいは平行二平板に関する従来の研究は、無限流体中に設置された半無限平板を対象とする場合がもっとも多く、低グラスホフ数域における障害物の影響等の研究例はほとんどなく、さらに、低グラスホフ数域において複数の対流場が干渉する場合の研究も筆者の知るところほとんどない。

現在までのほとんどの研究者は工学的応用範囲の広い高グラスホフ数域の自然対流熱伝達に関する研究を行ってきた。これに対し、本研究は低グラスホフ数域における自然対流熱伝達の解明に焦点を絞りその伝熱特性を明らかにするものである。

### 1.3 本研究の概要

本研究は、垂直加熱平板の自然対流熱伝達に関し、障害物として断熱床および断熱天井がそれぞれ単独に、もしくは、組み合わされて設置された場合、これらの障害物が自然対流場へ与える影響を実験と数値解析により詳細に調べたものである。また垂直加熱平板が平板厚さを有する場合の検討も併せて行った。さらに、垂直加熱平板が厚さを有する場合、平板両壁側の温度差を考慮し、両壁間に発生する自然対流場の干渉現象を数値解析を用いて明らかにした。

電子機器の小型化においては、グラスホフ数  $Gr$  は比較的小さいため、ここでは  $Gr=10^5$  (レイリー数  $Ra=7.1 \times 10^5$ ) 以下の層流自然対流熱伝達の解明を対象にする。このことは、グラスホフ数が高くなり乱流モデルなどの仮定を導入することに比べ、自然対流場の基礎式に本質的な仮定を含まないため数値解析を実施するうえで有利である。次に本研究で行った数値解析の特徴を述べる。伝熱実験では、加熱板周囲の流れ場の可視化、熱電対からの加熱板温度の計測が一般的である。これに対し、実験結果に一致する数値計算スキームが完成された場合、数値計算は実験と比較して多くの有益な情報を得ることが出来る。伝熱研究の主目的は伝熱特性の解明にあり、当然ではあるが、伝熱場は流れ場、温度場に相互に影響を受ける。本論文は、実験では捉えることが難しい低グラスホフ数域における自然対流場の流れ場、温度場の微細な変化を数値計算により詳細に調べ、これらの変化が熱伝達特性へどのように反映されるかを解明したものである。

本研究は以下の各章で構成される。

第2章では、平板高さが比較的短い垂直加熱平板に設置された障害物（床、天井）の影響に関して調べた。垂直加熱平板の前縁に断熱床のみが設置された場合（①）、平板の後縁に断熱天井が設置された場合（②）、および断熱床と断熱天井が設置された場合（①+②）において、障害物が自然対流熱伝達の伝熱特性へ与える影響を数値解析と実験（平均熱伝達率の算出）によって明らかにした。さらに、現在までに得られている代表的な研究成果との比較によって低グラスホフ数域における自然対流場の伝熱特性を明らかにした。

第3章では、第2章の結果をふまえ、断熱床面上に設置された垂直加熱平板が厚さを有する場合の伝熱特性に関し、速度場、温度場、熱伝達特性を詳細に調べ、低グラスホフ数域において平板厚さが自然対流場へ与える影響を数値解析により明らかにした。

第4章では、第3章で述べた厚さを有する平板の両壁間に温度差がある場合の検討を数値解析により行った。両壁間の温度比を  $R$  として、 $0 < R < 1$  の場合および  $R < 0$  の場合において両壁間で発生する低グラスホフ数域の自然対流場の干渉現象に関し詳細な検討を行った。 $0 < R < 1$  の場合、グラスホフ数が大きいと、両壁間に発生する自然対流場は互いに干渉せずに独立した流れ場を形成するが、グラスホフ数  $Gr$  と温度比  $R$  が小さくなると、高温側の対流場が低温側の対流場に干渉し、高温側の対流場が低温側の対流場へ流れ込むようになる。この結果、低温側上端部の局所ヌッセルト数が低下し吸熱現象が発生した。本現象は、無次元厚さ  $D$  に影響を受け、グラスホフ数と温度比が小さくなるほど顕著になる。さらに  $R$  が小さくなり、 $R < 0$  の場合、 $0 < R < 1$  の場合とは全く異なる流れ場を形成する。低温壁側の対流場は低温壁で冷却され、低温壁に沿って下降する下降流となり、高温壁側と低温壁側の流れ場は異なる方向の対流ロールを形成する。さらに、無次元厚さ  $D$  が小さくなると、両壁側の独立した対流ロールは合流するようになり、一つの大きな対流場へと変化して行くことが示された。

## 第2章 垂直加熱平板の自然対流場に与える影響 (断熱床, 断熱天井の影響)

本章では、対流場を拘束する平板周囲の代表的な障害物として断熱床と断熱天井を選び、比較的短い垂直加熱平板に関し障害物が自然対流場へ与える影響を実験と数値解析により調べた。既に第1章で述べたように、現在までの垂直加熱平板に関するほとんどの研究は、無限流体中に設置された半無限平板を対象としている。これらの研究は、加熱平板に沿って成長する自然対流場の伝熱特性を把握するためには有益な研究成果である。しかしながら、コンピュータ筐体内部にある発熱体からの伝熱を考える場合、実際の発熱体の代表長さは有限であり、さらに自然対流場は発熱体周囲の障害物(床, 天井等)により拘束される場合が多く、現在までに得られている研究結果は実際の伝熱現象と異なる可能性がある。

本章で得られた研究成果は、筐体内部の構造物の配置等に有益な指針を与えるとともに、現在までにほとんど明らかにされていない低グラスホフ数域における自然対流熱伝達の伝熱特性を解明するために重要な基礎資料になる。

### 2.1 自然対流熱伝達の実験

#### 2.1.1 実験装置と実験方法

実験装置の概略を図 2.1(a) に示す。伝熱板には厚さ 1 mm のアルミニウム板を 2 枚用いた。2 枚のアルミニウム板の裏面には電気絶縁のために両面テープを貼り付け、ヒーターとして厚さ 15  $\mu\text{m}$  のステンレス箔をこの 2 枚のアルミニウム板の間に両面テープを介してサンドイッチ状に挟みこんである。ステンレス箔の両端部には電極として幅約 5 mm のしんちゅう板がハンダ付けされている。

伝熱板の温度測定のためにアルミニウム板の裏側には、直径 0.2 mm の T 型熱電対(銅-コンスタンタン熱電対)が板裏面に掘られた溝の中に埋め込まれている。このようにして製作された伝熱板の寸法は、厚さ約 2.3 mm、幅 200 mm で平板高さ  $h$  を 5 mm, 10 mm, 15 mm, 25 mm, 50 mm に変化させた計 5 種類である。これらの伝熱板は側方からの気流の流入を防止および伝熱板支持のため側壁によって垂直に保持される。

伝熱板周囲の障害物には断熱天井および断熱床ともにバルサ材を用い伝熱板と垂直に設置される。

伝熱板の概略を  $h = 50$  mm を代表例として図 2.1(b) に示す。伝熱板の温度測定点は、板幅 200 mm の中心線上で、平板下端より 5, 15, 25, 35, 45 mm の各 5 点であるが、後述するように平板高さ  $h$  最大の 50 mm の場合においても伝熱板の温度分布はほぼ一様(等温度条件)なので、 $h = 25$  mm 以下の場合では表裏 2 枚の板の中心高さ  $h/2$  の位置に熱電対を一本埋め込んだ。また、周囲流体温度の測定は、側壁の端部で伝熱板中心高さの位置に熱電対を設置した。

実験回路の概略を図 2.2 に示す。伝熱板は直流安定化電源からの直流電流により加熱し、回路に流れる電流と電圧はそれぞれ分解能 0.1 mA, 0.1 mV のデジタルマルチメータを利用して計測した。

熱電対からの出力は、熱電対 0 接点とロータリースイッチを経て分解能  $0.1 \mu\text{V}$  のデジタルマルチメータで測定した。

伝熱板周囲の流体には常温・常圧の空気を用い、実験装置全体は外気流の影響を極力少なくするために  $1.8 \times 1.8 \times 2.4 \text{ m}$  の実験室内に置き、測定操作は全てこの室外で行った。

実験は伝熱板に通電加熱し、その熱量および周囲流体温度と伝熱板平均温度との差を代表温度差として熱伝達率を算出し、垂直加熱平板周囲の障害物が自然対流場に与える影響を解析するものである。

実験条件は、

- ①垂直加熱平板に断熱床が設置された場合
- ②垂直加熱平板に断熱天井が設置された場合
- ③垂直加熱平板に断熱床と断熱天井が設置された場合

である。

実験方法は伝熱板へ通電を開始後、約 5 分間隔で伝熱量（回路の電流・電圧）および各温度の測定を室外から行い、各測定値がほぼ一定値になるまで通電加熱し、この状態を持って定常状態と判定した。尚、定常状態までに要する時間はグラスホフ数  $Gr$  の大きさにより変化するが、約 1 ～ 2 時間であった。

伝熱面からの放熱量はそれ以外からの熱損失を補正しなければならないが、本実験装置は平板高さが小さく、さらに両面を対象にしてあるため熱損失を無視できるものとして補正はしていない。伝熱面からの放熱熱流束  $q_0$  は回路を流れる電圧を  $E$ 、電流を  $I$ 、伝熱面積を  $A$  として次式で求められる。

$$q_0 = \frac{EI}{A} \quad (2.1)$$

空気を利用した実験の場合、伝熱面からの自然対流による放熱量はふく射による放熱量を補正する必要があり、ふく射熱流束  $q_r$  を次式で求める。

$$q_r = \varepsilon \sigma (\Theta_w^4 - \Theta_\infty^4) \quad (2.2)$$

ただし、 $\Theta$  は絶対温度、 $\sigma$  はステファン・ボルツマン定数、 $\varepsilon$  はふく射率である。本実験の場合、 $\varepsilon$  はアルミニウム普通研磨面として  $\varepsilon = 0.04$  [40] とした。尚、解析で必要となる各物性値は体膨張係数  $\beta$  を除き平板温度  $T_w$  と周囲流体温度  $T_\infty$  との平均温度（膜温度） $T = (T_w + T_\infty)/2$  を用いて評価した。また、 $\beta$  は空気を理想気体と仮定し算出した（ $\beta = 1 / \Theta_\infty$ ）。

本実験において全放熱熱流束  $q_0$  は約  $10 \sim 1500 \text{ W/m}^2$  であるが、それに対してふく射熱流束の割合  $q_r/q_0$  は最大約 6 % であった。

自然対流熱流束  $q$  は次式で与えられる。

$$q = q_0 - q_r \quad (2.3)$$



## 2.1.2 実験結果と考察

伝熱面温度分布を平板高さ  $h=50$  mm を代表例として、①断熱床のみ設置、②断熱天井のみ設置、③断熱床と断熱天井を設置した場合の熱電対からの温度  $T$  と周囲流体温度  $T_{\infty}$  との温度差および平板高さ  $X$  の関係をそれぞれ図 2.3(a) ～ 2.3(c) に示す。

実験はヒータとしてステンレス箔に一樣に直流電流を流すため、伝熱板は一樣熱流束加熱となるが、図 2.3(a) ～ 2.3(c) に示すように、全ての場合、温度分布は伝熱面の全てで高さ方向にほぼ一定となる。したがって、これら熱電対からの温度を算術平均して伝熱面温度  $T_w$  とし、壁温一定の条件を満たすものとする（伝熱面温度  $T_w$  と平板温度  $T$  との偏差  $(T - T_w) / T_w$  は、全ての場合、最大  $\pm 0.4$  % 未満）。

次に、本実験における壁温一定条件の妥当性を検討する。伝熱板内部の伝熱は、ヒータとしてのステンレス箔中心部から両面テープ、アルミニウム板を経て空气中へ放熱されると考えられるので、本検討においては伝熱板内部の伝熱を三層の平板で構成された熱伝導問題として扱うことにする。そうすると熱貫流率  $K$  は次式で与えられる。

$$\frac{1}{K} = \frac{l_{sus}}{\lambda_{sus}} + \frac{l_{tape}}{\lambda_{tape}} + \frac{l_{alum}}{\lambda_{alum}} \quad (2.4)$$

$\lambda$  ,  $l$  は各層の熱伝達率、長さを、添字  $sus$ ,  $tape$ ,  $alum$  はステンレス箔、両面テープ、アルミニウムの場合をそれぞれ示す。ここで、 $\lambda_{sus} = 16$  W/mK ,  $\lambda_{alum} = 237$  W/mK , 両面テープの熱伝達率は資料に無いので、ここではポリスチレン樹脂  $\lambda_{tape} = 15$  W/mK とすると、式 (2.4) から  $K$  は  $750$  W/m<sup>2</sup>K 程度となる。これら伝熱板内部の熱伝導と表面からの熱伝達との比はビオ数  $B_i$  で定義され、 $B_i$  は

$$B_i = \frac{\alpha_m l}{\lambda} = \frac{\alpha_m}{\lambda/l} = \frac{\alpha_m}{K} \quad (2.5)$$

で与えられる。後述する伝熱板から空気への平均熱伝達率  $\alpha_m$  は本研究の全ての場合に関し、 $\alpha_m < 30$  (W/m<sup>2</sup>K) となるため (図 2.5 参照)、式 (2.5) に  $\alpha_m < 30$  ,  $K = 750$  を代入すると  $B_i < 0.04$  となり十分に小さな値となる。したがって、伝熱板内熱伝導に比べて伝熱板表面からの熱伝達が小さく伝熱板は壁温一定条件とみなすことができる。

伝熱面温度  $T_w$  と周囲流体温度  $T_{\infty}$  との温度差を  $\Delta T = T_w - T_{\infty}$  と定義し、 $\Delta T$  と自然対流熱流束  $q$  の関係を平板高さ  $h$  をパラメータとして ①断熱床のみ設置、②断熱天井のみ設置、③断熱床と断熱天井を設置した場合を図 2.4(a) ～ 2.4(c) に示す。全ての場合に対し、 $\Delta T$  が大きくなると  $q$  もほぼ比例的に増加し、また、 $h$  が小さくなるほど  $q$  は大きくなり、 $\Delta T$  に対する  $q$  の増加率も大きくなる。

図 2.4(a) ～ 2.4(c) を比較すると明らかなように  $q$  は  $h$  が同じならば、障害物として ①断熱床を設置した場合 > ②断熱天井を設置した場合 > ③断熱床と断熱天井を設置した場合 の順で小さくなる。

次に、加熱平板から周囲流体への平均熱伝達率  $\alpha_m$  を次式で定義する。ここで基準となる温度差は伝熱面温度と周囲流体との温度差とした。

$$\alpha_m = \frac{q}{T_w - T_\infty} \quad (2.6)$$

式 (2.6) で求めた  $\alpha_m$  と  $\Delta T$  との関係を平板高さ  $h$  をパラメータとして図 2.5(a) ～ 2.5(c) に示す。 $\Delta T$  が大きくなると  $\alpha_m$  は増加し、やがて一定値に漸近していく傾向を示す。これは、 $\Delta T$  が大きくなるほど対流浮力が大きくなり、流れ場の流体速度が増加するためである。また、 $h$  が小さいほど  $\alpha_m$  は大きくなり、 $\Delta T$  が小さいほど  $\alpha_m$  の増加割合が大きい。図 2.5(a) ～ 2.5(c) を比較すると明らかなように  $\alpha_m$  は  $h$  が同じならば、障害物として ①断熱床を設置した場合 > ②断熱天井を設置した場合 > ③断熱床と断熱天井を設置した場合 の順で小さくなる。

平均熱伝達率  $\alpha_m$  と平板高さ  $h$  との関係を  $\Delta T = T_w - T_\infty = 20 \text{ K}, 40 \text{ K}$  の場合に関し、図 2.6(a), 2.6(b) にそれぞれ示す。両者の場合とも  $h$  が大きくなるほど  $\alpha_m$  は小さくなり一定値へ漸近する傾向を示す。断熱天井を設置すると加熱平板近傍で誘起された上昇流が平板上端部でせき止められ、高温流体が平板上端部に断熱天井に沿って流れ停留に近い状態となるため、断熱天井を設置した場合の  $\alpha_m$  は断熱床設置の場合よりも低下する。さらに、断熱床と断熱天井を設置した場合、平板の上端部および下端部ともに閉鎖され加熱流体の流れは大幅に制限される。この現象は平板高さ  $h$  が小さくなるほど顕著となり、 $\alpha_m$  は大きく低下することになる。しかしながら、 $h$  が大きくなると断熱床および断熱天井の  $\alpha_m$  に与える影響が加熱平板全体の中で相対的に小さくなるため、結局、三者の  $\alpha_m$  の差異は小さくなり、 $h$  に依らず一定値へ漸近するものと考えられる。

グラスホフ数  $Gr$  と平均ヌッセルト数  $Nu$  をそれぞれ次式で定義する。

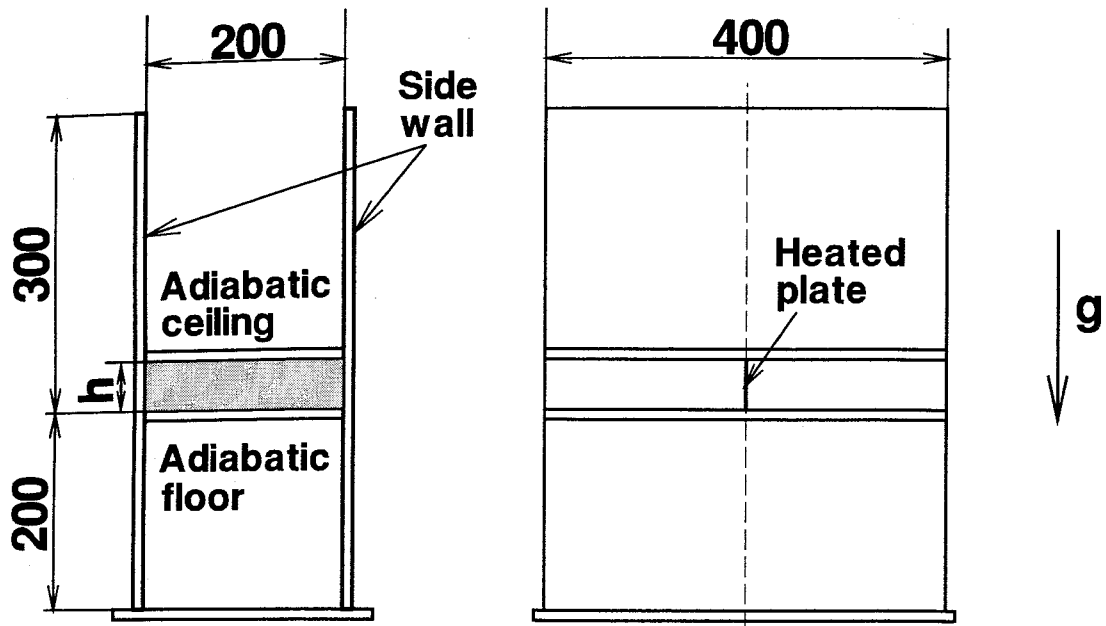
$$Gr = \frac{g\beta h^3 (T_w - T_\infty)}{\nu^2} \quad (2.7)$$

$$Nu = \frac{\alpha_m h}{\lambda} \quad (2.8)$$

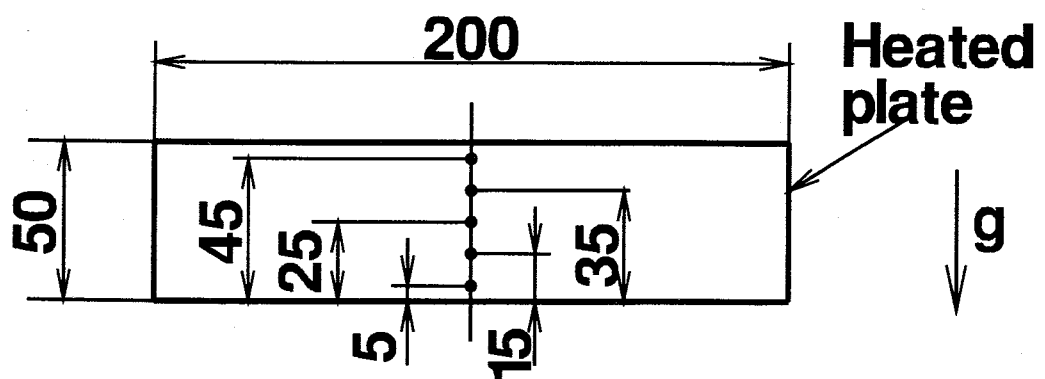
図 2.7(a) ～ 2.7(c) に三者の場合の平均ヌッセルト数分布を示す。

当然ではあるが、平均ヌッセルト数  $Nu$  分布も

①断熱床を設置した場合 > ②断熱天井を設置した場合 > ③断熱床と断熱天井を設置した場合 の順で小さくなる。



(a) 実験装置の概略



(b) 垂直加熱平板の概略

図 2.1 自然対流熱伝達の実験装置

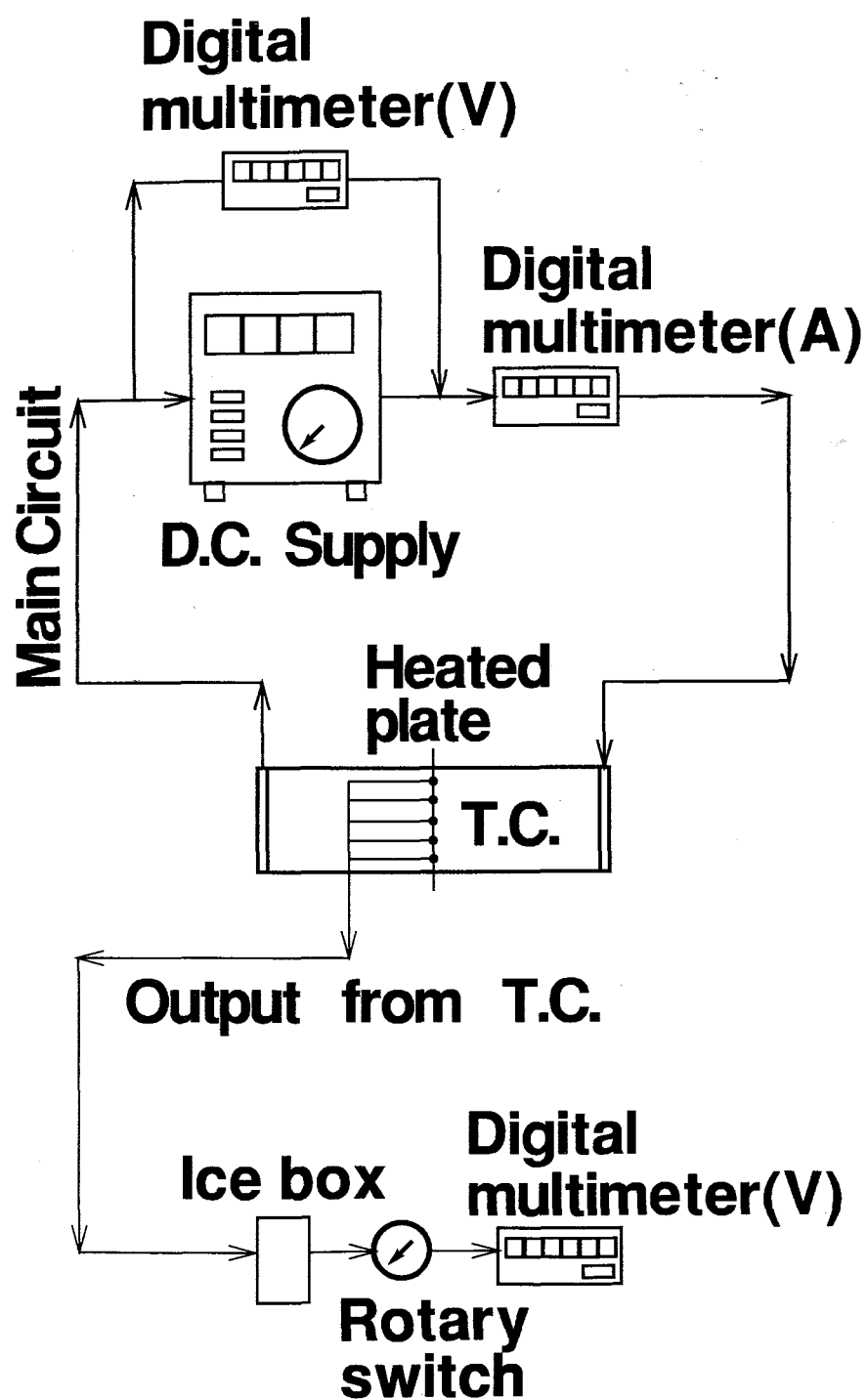
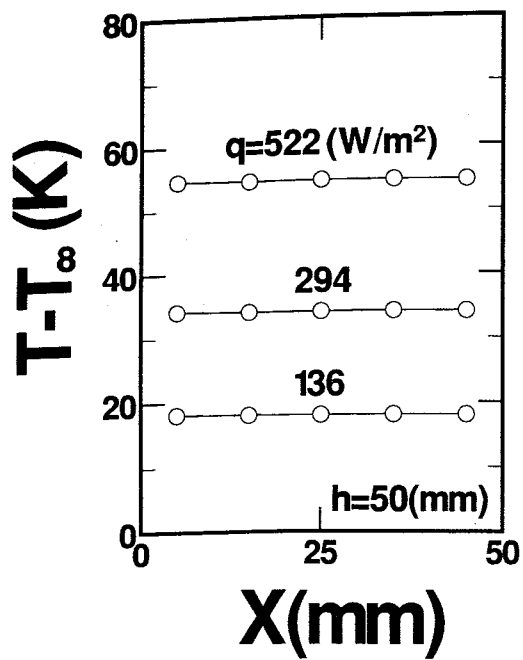
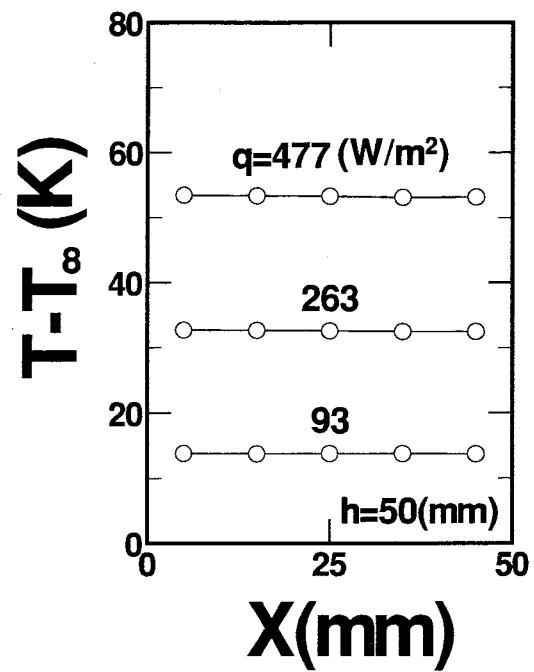


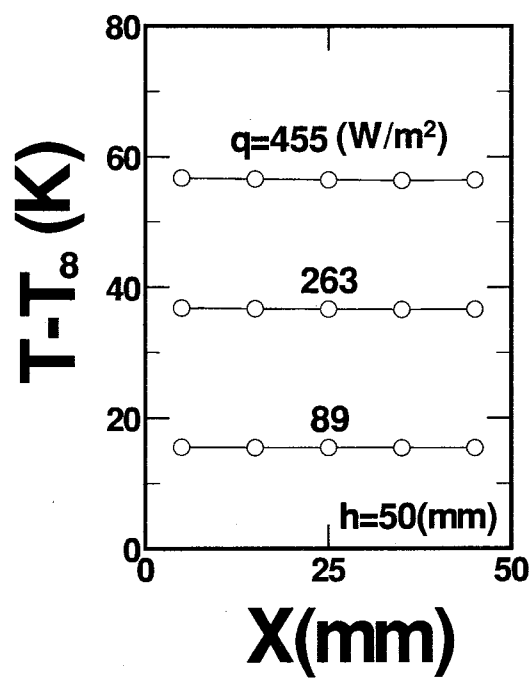
図 2.2 実験回路の概略



(a) 断熱床設置

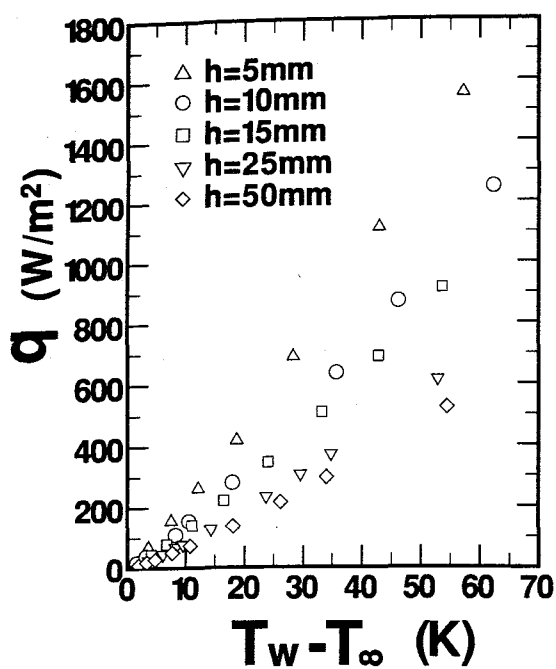


(b) 断熱天井設置

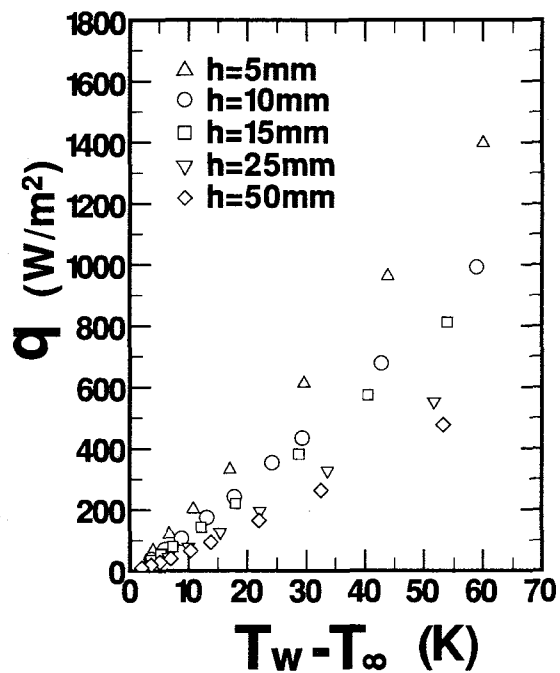


(c) 断熱床と断熱天井設置

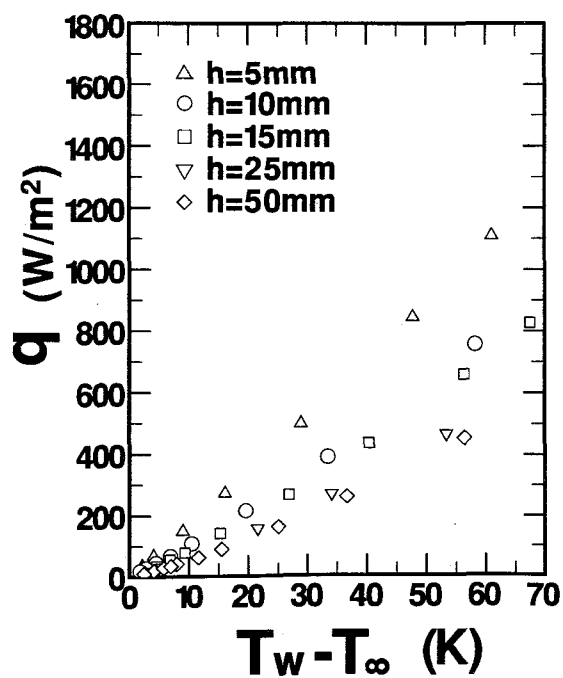
図 2.3 伝熱面温度分布



(a) 断熱床設置

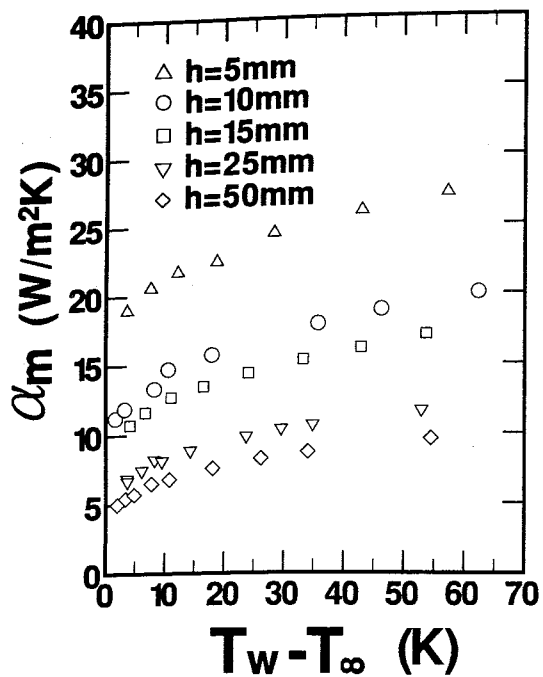


(b) 断熱天井設置

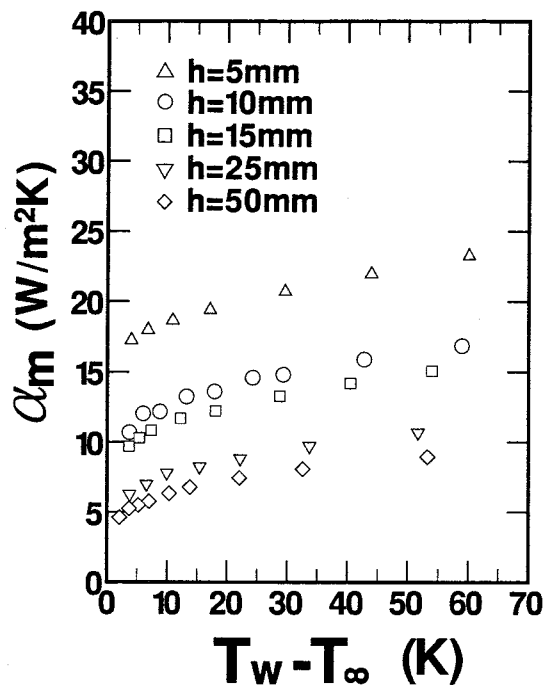


(c) 断熱床と断熱天井設置

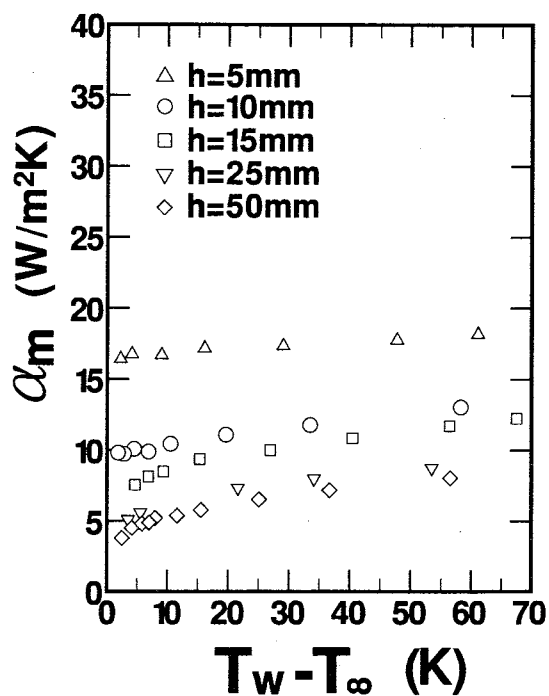
図 2.4 伝熱面平均温度  $T_w$  — 周囲流体温度  $T_\infty$  の差  $\Delta T$  と自然対流熱流束  $q$  との関係



(a) 断熱床設置

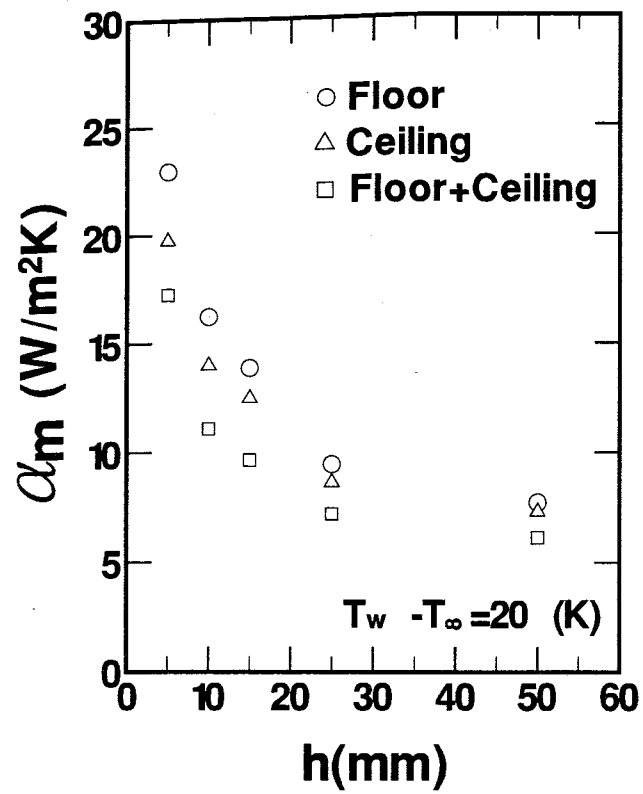


(b) 断熱天井設置

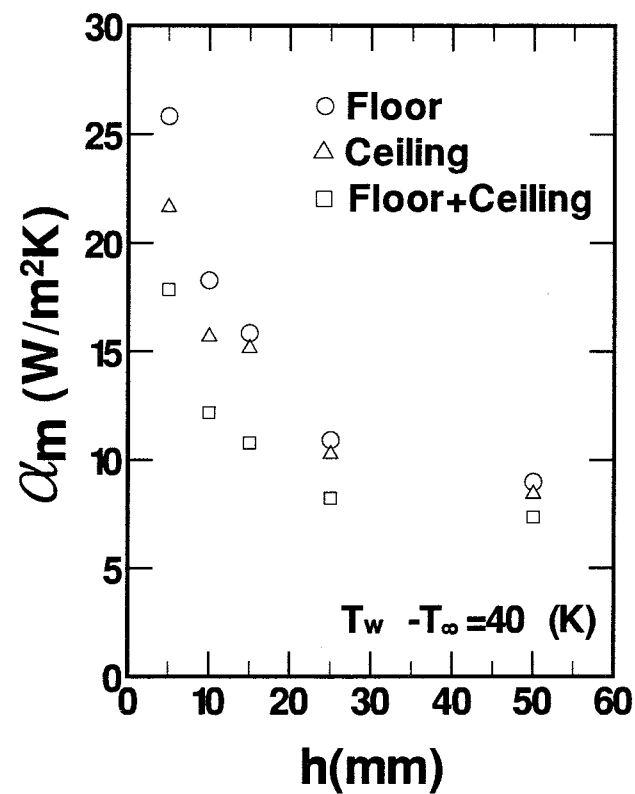


(c) 断熱床と断熱天井設置

図 2.5 伝熱面平均温度  $T_w$  一周围流体温度  $T_\infty$  の差  $\Delta T$  と平均熱伝達率  $\alpha_m$  との関係



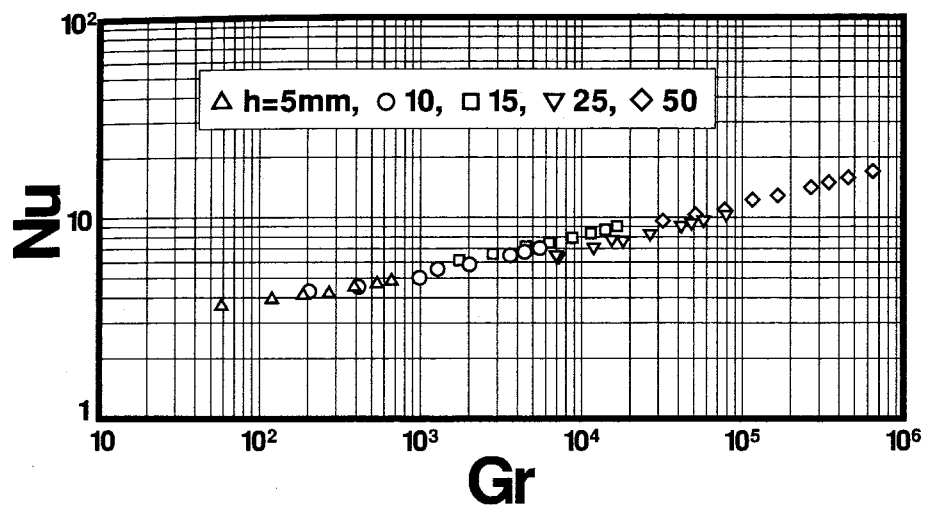
(a)  $\Delta T = 20$  K



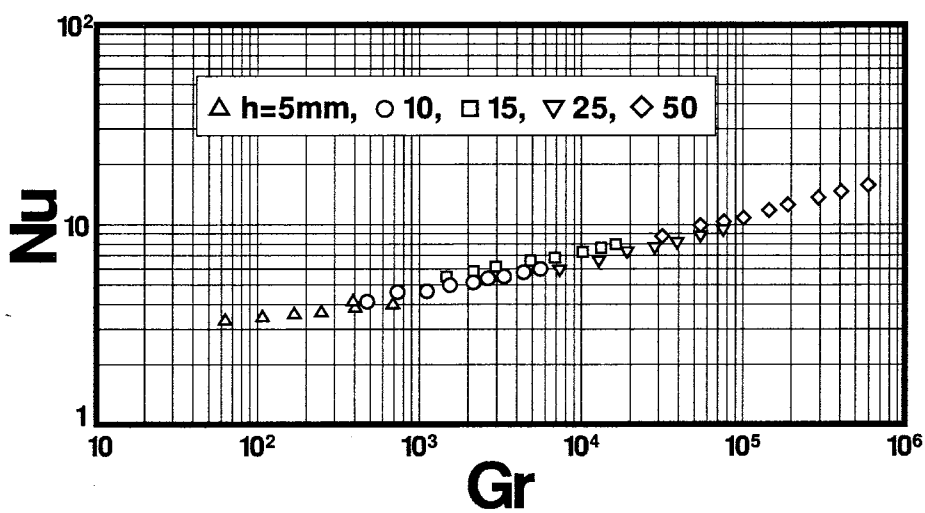
(b)  $\Delta T = 40$  K

図 2.6 加熱平板高さ  $h$  と平均熱伝達率  $\alpha_m$  の関係

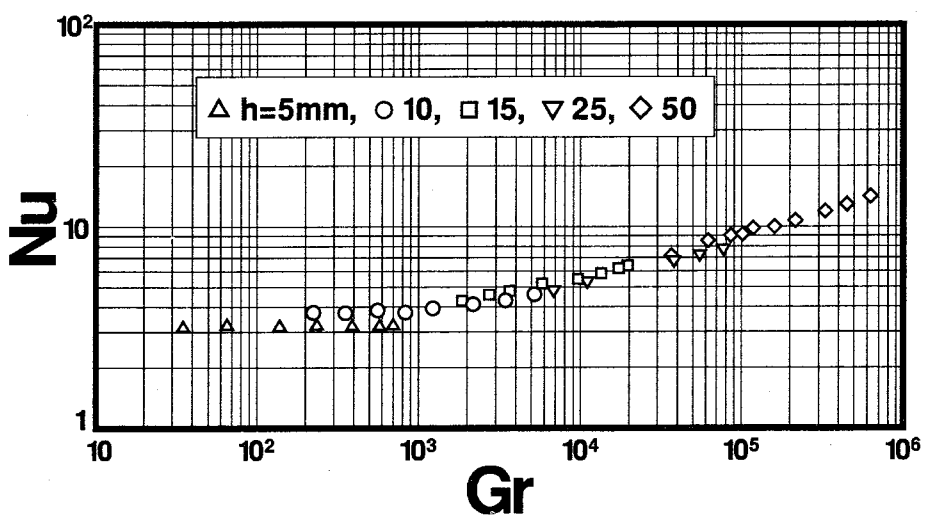




(a) 断熱床設置



(b) 断熱天井設置



(c) 断熱床と断熱天井設置

図 2.7 平均ヌッセルト数分布

## 2.2 数値解析と解析手法

### 2.2.1 自然対流場の基礎式

垂直加熱平板に断熱床が設置された場合、垂直加熱平板に断熱天井が設置された場合、および断熱床と断熱天井を同時に設置した場合の解析モデルをそれぞれ図 2.8(a) ～ 2.8(c) に示す。小さい空間を考えた場合、現象は容易に三次元性の現象となるが、本研究においては現象を三次元に複雑とし、研究の本質を見失うことを懸念し、二次元的な現象を中心に研究を進めることにする。

研究の対象は定常状態に達した低グラスホフ数域における自然対流場の現象とし、基礎方程式は定常状態における二次元の連続の式、運動方程式およびエネルギー方程式で次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.9)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.12)$$

ただし、上式中の  $x, y$  は鉛直方向および水平方向の座標、 $u, v$  はそれぞれ流体速度の  $x$  成分、 $y$  成分、 $a$  は流体の温度伝導率、 $g$  は重力加速度、 $p$  は流体圧力、 $\mu$  と  $\rho$  はそれぞれ流体の粘性係数（絶対粘度）と密度である。なお無限遠方での流体温度を  $T_\infty$ 、密度  $\rho_\infty$  とする。

浮力の項に関しては、重力  $g$  による静圧がどのように作用するかが問題となる。ここでは、無限遠方の空間に開放していることから、その静圧は  $\rho_\infty g x$  と置くことができ、これを差し引くと浮力項は

$$-\rho g - \frac{\partial p}{\partial x} \rightarrow -(\rho - \rho_\infty)g - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.13)$$

となる。ここで

$$\rho - \rho_\infty = \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p (T - T_\infty) + \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T (p - p_\infty) \quad (2.14)$$

であるが、非圧縮性を仮定すると

$$-(\rho - \rho_\infty)g = \rho \beta g (T - T_\infty) \quad (2.15)$$

ただし

$$\beta = -\left(\frac{1}{\rho}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad (2.16)$$

で与えられ、 $\beta$  は流体の体膨張係数である。

次に、非圧縮性の流れ関数  $\psi$  と渦度  $\omega$  を

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.17)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.18)$$

とすると、運動方程式とエネルギー式は次のようになる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) = -g\beta \frac{\partial (T - T_\infty)}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \quad (2.20)$$

ただし、 $\nu$  は流体の動粘性係数である。式 (2.17) に式 (2.18) を代入すると  $\omega$  と  $\psi$  の関係は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (2.21)$$

支配方程式を次元を持った物理量のまま解くと、物理量の変化を直接観察するためには有効で現象の物理的意味が明確になるが、より広い一般性と物理変数の数を減じて変数間の関係をより簡略化するためには、適当な代表値を用いて無次元化するほうが解析上有利である。本研究では次の無次元化を行う。

$$X = \frac{x}{h}, \quad Y = \frac{y}{h}, \quad U = \frac{uh}{\nu}, \quad V = \frac{vh}{\nu}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad (2.22)$$

$$\tau = \frac{t\nu}{h^2}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\nu}, \quad \Omega = \frac{\omega h^2}{\nu}$$

基礎式 (2.19), (2.20), (2.21) はそれぞれ次のようになる。

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)\left(\frac{\partial \Omega}{\partial X}\right) - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X}\right)\left(\frac{\partial \Omega}{\partial Y}\right) = -Gr \frac{\partial \theta}{\partial Y} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (2.25)$$

ここで Pr はプラントル数で

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.26)$$

である。無次元化された流れ関数と渦度の定義は次のようになる。

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (2.27)$$

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (2.28)$$

次に対象となるグラスホフ数の範囲であるが、例えば LSI パッケージあるいはボードからの放熱を考える場合、平板温度は IC チップの耐熱温度として最大 60 °C ~ 80 °C の範囲が多く、ここでは、 $T_h=60$  °C とし、周囲流体温度は電子機器の耐熱評価基準として 40 °C が一般的に用いられることから、それに準じて  $T_\infty=40$  °C とすると、平板高さ  $h=50$  mm で  $\text{Gr}=2.3 \times 10^5$ 、 $h=5$  mm で  $\text{Gr}=230$  程度となる。また、重力加速度  $g$  が  $g \rightleftharpoons 1/10 g$  になると、 $\text{Gr}=23$  程度となる。したがって、本研究ではグラスホフ数の範囲を  $0.1 \leq \text{Gr} \leq 10^5$  として研究を行った。このことは、既に第 1.3 項で述べたようにグラスホフ数が高くなり乱流モデルなどの仮定を導入することに比べ、自然対流場の基礎式に本質的な仮定を含まないため数値解析を実施するうえで有利である。

## 2.2.2 境界条件

### (1) 垂直加熱平板に断熱床または断熱天井が設置された場合

垂直加熱平板は温度  $T_w$  の等温伝熱面、床面は断熱とする。平板上方での境界条件は簡単でないため、ここでは平板上方の垂直方向に十分大きな空間を考えて、その無限遠方で温度一定、速度  $\rightarrow 0$  の条件を与えることにする。中心線は平板に続く一つの流線となるから、これを  $\Psi=0$  とし、現象はグラスホフ数が小さい層流自然対流現象を対象とするため中心線に対して対称と考えられる。したがって、基礎方程式に対する境界条件は次のようになる。

①垂直加熱平板

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq 1, Y = 0; \\ \theta = 1, \Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \end{aligned} \quad (2.29)$$

②垂直加熱平板を除く中心線

$$\begin{aligned} 1 < X < \infty, Y = 0; \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \Psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

③断熱床

$$\begin{aligned} X = 0, 0 < Y < \infty; \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = \Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \end{aligned} \quad (2.31)$$

④ X 方向の無限遠点

$$\begin{aligned} X = \infty, 0 < Y < \infty; \\ \theta = \Psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

⑤ Y 方向の無限遠点

$$\begin{aligned} 0 < X < \infty, Y = \infty; \\ \theta = \Psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

本研究は無限空間に設置された垂直加熱平板の自然対流熱伝達を対象としているが、平板から十分大きな距離に固体壁に囲まれた場合の検討も行なった。その結果、本研究で利用した無次元  $\Psi - \Omega$  法を利用した場合、当然、無次元流れ関数  $\Psi$  で全ての計算領域を閉じるため、平板近傍の流れ場、温度場、熱伝達率などにほとんど差異は生じなかった。したがって、本研究結果は無限流体中に設置された場合と固体壁に平板周囲を囲まれた場合にも応用できると考える。

断熱天井を設置した場合の境界条件は次のようになる。

①垂直加熱平板

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq 1, Y = 0; \\ \theta = 1, \Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \end{aligned} \quad (2.34)$$

②垂直加熱平板を除く中心線

$$\begin{aligned} -\infty < X < 0, Y = 0; \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \Psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

③断熱天井

$$\begin{aligned} X = 1, 0 < Y < \infty; \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = \Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

④ X 方向無限遠点

$$\begin{aligned} X = -\infty, 0 < Y < \infty; \\ \theta = \Psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

⑤ Y 方向無限遠点

$$\begin{aligned} -\infty < X < 1, Y = \infty; \\ \theta = \Psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

## (2) 垂直加熱平板に断熱床と断熱天井が設置された場合

断熱床と断熱天井が設置された場合は、上記の境界条件を組み合わせることになる。以下に境界条件を下記する。

①垂直加熱平板

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq 1, Y = 0; \\ \theta = 1, \Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \end{aligned} \quad (2.39)$$

②断熱床

$$\begin{aligned} X = 0, 0 < Y < \infty; \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = \Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \end{aligned} \quad (2.40)$$

③断熱天井

$$\begin{aligned} X = 1, 0 < Y < \infty; \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = \Psi = 0, \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \end{aligned} \quad (2.41)$$

#### ④ Y 方向無限遠点

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq 1, Y = \infty; \\ \theta = \Psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

ここで境界条件の設定根拠を述べる。

本研究では数値計算を無次元  $\Psi - \Omega$  法で行った。したがって、全計算領域を  $\Psi$  で閉じる必要があり、その基準値を  $\Psi=0$  とおく。次に加熱平板上においては  $u=0, v=0$ , すなわち,  $\partial u / \partial x=0, \partial v / \partial x=0$  となる。渦度の定義式である式 (2.17) より,  $\omega = -\partial u / \partial y$ , これに式 (2.18) の第1式に代入すると,  $\omega = -\partial^2 \phi / \partial y^2$  となり, 平板上で満たすべき境界条件が得られる。また, 無限遠点において  $u, v \rightarrow 0$  の条件を課すと,  $\omega \rightarrow 0$  となり, 無限遠点では流体粒子の回転はないものと考えられる。

### 2.2.3 数値解析手法

数値計算における差分格子を, 床のみ設置, 天井のみ設置, 床と天井を設置した場合に関し, 図 2.9(a) ~ 図 2.9(c) に  $Gr=10^3$  を代表例としてそれぞれ示す。図から明らかのように本研究では, 計算を効率よく行なうため不等間隔格子を用いている。X および Y 方向の格子番号をそれぞれ  $i=1$  から  $i_m$ ,  $j=1$  から  $j_m$  とし, 格子  $(i, j)$  と格子  $(i-1, j)$  および格子  $(i, j)$  と格子  $(i, j-1)$  との格子間隔をそれぞれ  $\Delta X_{i-1}$ ,  $\Delta Y_{j-1}$  とおく。前進差分と中心差分を用いて式 (2.23) ~ 式 (2.25) を差分方程式で表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \theta(\tau + \Delta\tau)_{i,j} = \theta_{i,j} + \Delta\tau \left[ \left( \frac{\Psi_{i+1,j} - \Psi_{i-1,j}}{\Delta X_{i-1} + \Delta X_i} \right) \left( \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j} \right) - \left( \frac{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j} \right) \left( \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta X_{i-1} + \Delta X_i} \right) \right] \\ + \frac{\Delta\tau}{Pr} \left[ \frac{1}{\Delta X_i} \left( \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j}}{\Delta X_i} - \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta X_{i-1}} \right) + \frac{1}{\Delta Y_j} \left( \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta Y_j} - \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1}} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \Omega(\tau + \Delta\tau)_{i,j} = \Omega_{i,j} + \Delta\tau \left[ \left( \frac{\Psi_{i+1,j} - \Psi_{i-1,j}}{\Delta X_{i-1} + \Delta X_i} \right) \left( \frac{\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j} \right) - \left( \frac{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j} \right) \left( \frac{\Omega_{i+1,j} - \Omega_{i-1,j}}{\Delta X_{i-1} + \Delta X_i} \right) \right] \\ + \Delta\tau \left[ -Gr \left( \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j} \right) + \frac{1}{\Delta X_i} \left( \frac{\Omega_{i+1,j} - \Omega_{i,j}}{\Delta X_i} - \frac{\Omega_{i,j} - \Omega_{i-1,j}}{\Delta X_{i-1}} \right) + \frac{1}{\Delta Y_j} \left( \frac{\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j}}{\Delta Y_j} - \frac{\Omega_{i,j} - \Omega_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1}} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\Psi(\tau + \Delta\tau)_{i,j} = \Psi_{i,j} + \Delta\tau \left[ \frac{1}{\Delta X_i} \left( \frac{\Psi_{i+1,j} - \Psi_{i,j}}{\Delta X_i} - \frac{\Psi_{i,j} - \Psi_{i-1,j}}{\Delta X_{i-1}} \right) + \frac{1}{\Delta Y_j} \left( \frac{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j}}{\Delta Y_j} - \frac{\Psi_{i,j} - \Psi_{i,j-1}}{\Delta Y_{j-1}} \right) + \Omega_{i,j} \right] \quad (2.45)$$

流体は空気として  $Pr=0.71$  一定とし、差分格子は平板近傍を密にし平板から離れるにしたがってその間隔を大きくしていく。数値計算の精度は原理的には格子間隔が小さいほど良いことになるが、収束の問題は格子間隔とともにグラスホフ数、格子数および数値計算領域の大きさによって最適条件が決められる。本研究では試行的な計算により収束条件を調べ最小格子間隔をきめた（第 2.2.4 項参照）。X 方向の格子間隔の最小値は  $\Delta X_{\min}=0.025$  とし、計算領域は、床設置の場合、最小値  $X_{\min}=0$  から最大値  $X_{\max}=7$ 、天井設置の場合、 $X_{\min}=-6$  から  $X_{\max}=1$ 、床と天井設置の場合、 $X_{\min}=0$  から  $X_{\max}=1$  とした。

Y 方向の格子間隔の最小値は Gr 数が大きくなるほど小さく  $\Delta Y_{\min}=0.005 \sim 0.014$  とし、計算領域の最大は約  $Y_{\max}=2$  とした。格子数は  $i=j=21$  で十分であり、格子数および計算領域を増やした計算も行なったが、計算結果にほとんど差異は無かった。

$\Delta\tau$  は次式を満たすように定める。

$$\Delta\tau \left[ \frac{1}{(\Delta X_{\min})^2} + \frac{1}{(\Delta Y_{\min})^2} \right] \leq \frac{Pr}{2} \quad (2.46)$$

繰り返し計算における  $\theta$ 、 $\Psi$ 、 $\Omega$  の初期値は平板上で  $\theta=1$  としその他は全ての値を零とおく。解が収束するまで繰り返し計算を行なうが、収束の判定は境界を除くすべての格子点について  $\theta$  の 1 ステップの合計相対変化量の絶対値が  $10^{-4}$  から  $10^{-5}$  以下、すなわち

$$\frac{\sum_i \sum_j |(\theta(\tau + \Delta\tau)_{i,j} - \theta(\tau)_{i,j})|}{\sum_i \sum_j (\theta(\tau)_{i,j})} < 10^{-4} \sim 10^{-5} \quad (2.47)$$

となる場合をもって収束解とした。

数値計算には HEWLETT PACKARD 社製 Engineering Work Station・VISUALIZE C160 (CPU;RISC PA-8000) を利用し、DEC 社製 Fortran 90 によりソースファイルのコンパイル・実行を行なった。また、プログラムに利用した変数は、ループカウンタに利用した変数を除き、全て倍精度実数型とし、定数も倍精度実数型とした。

## 2.2.4 本研究における数値計算の精度

本研究で利用した数値計算の精度について以下に述べる。本研究における数値解析は、式 (2.43) ~ (2.45) に示した残差法を用いて、残差が零に近づくまで繰り返し計算を行う。そのとき解の収束の判定は通常、境界を除く各格子点  $(i, j)$  すべてについて  $\theta$ 、 $\Psi$ 、 $\Omega$  の反復回数  $K$  回と  $K+1$  回の相対誤差  $\varepsilon$  が与えられた十分小さな  $\varepsilon_0$  の値より小さくなったときに解は収束したものとすることが一般的である。しかしながら、全格子点と  $\theta$ 、 $\Psi$ 、 $\Omega$  に対するこの方法は判定に時間を要するため、本研究では  $\theta$  を代表に選び相対誤差の合計で収束判定を行うようにし、式 (2.47) を収束



判定基準とした。

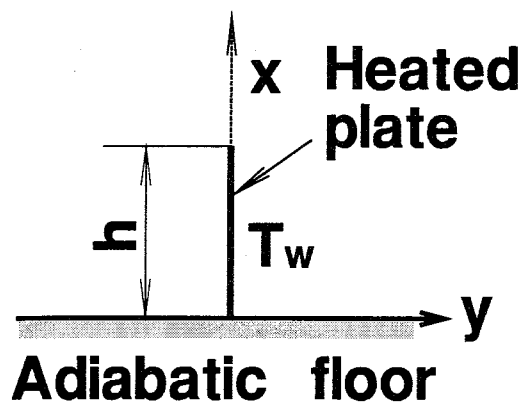
式 (2.47) の左辺を収束精度  $\varepsilon$  として、各方程式を残差法で解くための繰り返し計算回数を  $N$  とすると、収束精度はあるところまで  $N$  とともに増加 ( $\varepsilon$  が小さくなること) するが、さらに  $N$  を増やすと  $\varepsilon$  は最小値となり、次には  $\varepsilon$  の値が減少しなくなり計算が不安定となる。これらは、 $Gr$  数、最小格子の大きさ、格子数、式 (2.46) の微小補正量、計算領域に影響を受ける。

低グラスホフ数域における実験は難しいことから数値解析に頼ることになるが、第1章で既に述べたように自然対流場の速度場、温度場等を正確に計測することは困難なため、本研究では、これらが練成して現れる熱伝達率に着目し、収束精度  $\varepsilon$  が最小値となり実験と計算による平均熱伝達率が一致した場合を収束解とし、格子数、格子間隔、式 (2.46) の微小補正量、計算領域は適切であると判断した。また、この計算の不安定性は、計算に使ったプログラムの中でループカウンタを除く、全ての変数を倍々精度型実数としても発生したため、いわゆる、計算における誤差の蓄積により発生したものではないと考える。本計算による収束精度  $\varepsilon$  は  $Gr$  によって変化するが、ほぼ  $10^{-5}$  以下である。

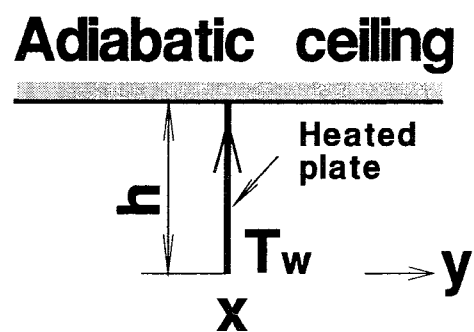
本研究は全ての方程式を陽的に解いている。陽解法では、微小補正量 (時間進み幅)  $\Delta \tau$  の大きさは計算精度に影響を与える。このため、本研究では式 (2.46) を満たすように十分小さく  $\Delta \tau$  を選んだ。この計算精度に与える  $\Delta \tau$  の妥当性を検証するために、ADI (Alternating Direction Implicit Method) 法を利用した計算も並行して行なった。ADI 法では、 $\Delta X_{\min}$ 、 $\Delta Y_{\min}$  に対して  $\Delta \tau$  をどのように設定しても良いと云われる。具体的な検討例を示すと、 $Gr=10^5$  の場合、 $\Delta X_{\min} = 0.025$  で固定し  $\Delta Y_{\min}$  のみ変えて計算してみると、 $\Delta Y_{\min} = 0.005$  で  $\Delta \tau = 0.0001$ 、 $\Delta Y_{\min} = 0.02$  と  $0.05$  では  $\Delta \tau = 0.001$  で EWS はオーバーフローで計算不能となった。

このため、 $\Delta Y_{\min} = 0.005$  で  $\Delta \tau = 0.00001$ 、 $\Delta Y_{\min} = 0.02$  と  $0.05$  では  $\Delta \tau = 0.0001$  として計算を行なうと、ADI 法を用いない場合と同様な計算の不安定性が生じた。結局、ADI 法といえども  $\Delta \tau$  の大きさには制限があり、また、解の判定には ADI 法を用いない場合と同様な考慮をしなければならず、さらに得られた結果もほとんど変わらなかった。

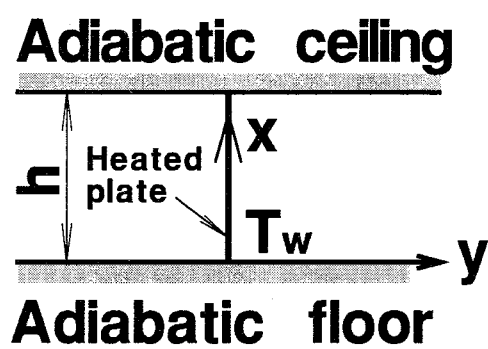
上記の検討から、本研究では式 (2.43) ~ (2.45) に残査法を用い、収束判定に式 (2.47) を利用し、各グラスホフ数毎に十分に調節した格子数、格子間隔、式 (2.46) の微小補正量、計算領域を用いて数値計算を行った。尚、本計算手法は、山崎[2-3]、[44] も研究に利用し、その信頼性が確認されている。



(a) 断熱床設置

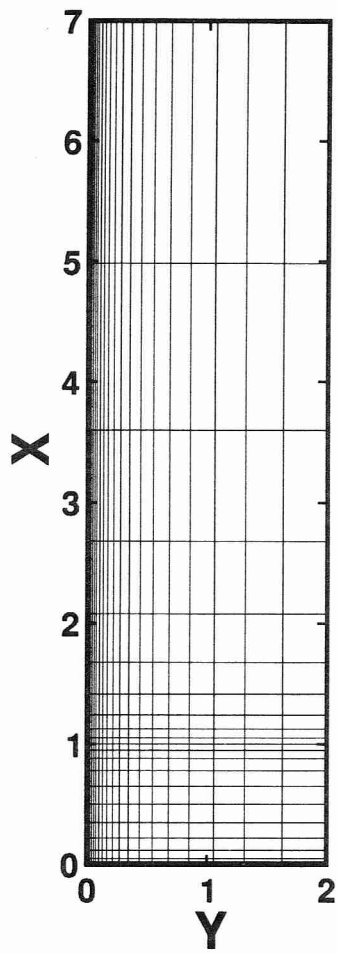


(b) 断熱天井設置

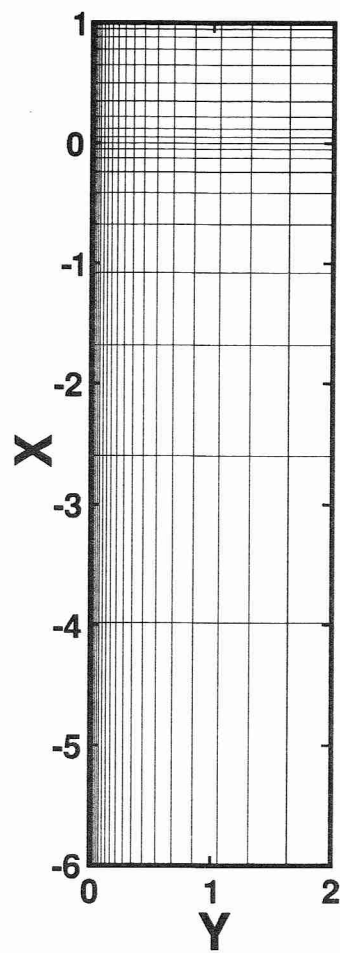


(c) 断熱床と断熱天井設置

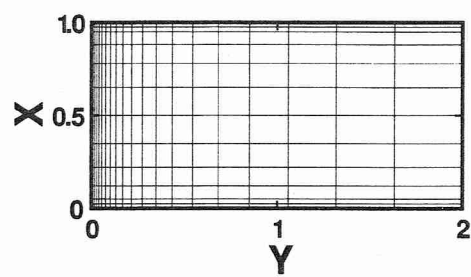
図 2.8 解析モデル



(a) 断熱床設置



(b) 断熱天井設置



(c) 断熱床と断熱天井設置

図 2.9 計算メッシュの概略 (  $Gr=10^3$  )

## 2.3 数値計算結果と考察

### 2.3.1 垂直加熱平板に断熱床が設置された場合

#### (1) 流れ場

初めに流れの様子を調べるために、速度ベクトルの概略を  $Gr=1$  と  $Gr=10^4$  を代表例として図 2.10(a) と 2.10(b) に示す。速度ベクトルの大きさは色分けされ、 $Gr=10^4$  の場合、 $V_{max} \geq 50$  を赤色で記述し、 $Gr=1$  の場合、 $V_{max} \geq 8$  を赤色とした。

両者の場合とも、流体は床面に沿って平板下端へと流れ込み、加熱されながら平板に沿って上昇し、平板上端の低温流体によって冷却され、水平方向に廻り込んだ後下降し、再び床面に沿って平板へと流れ込んで上昇流となるロールを生じる。 $Gr$  が大きいほどこの流れは平板近傍に集中し、長方形のより強いロールとなる。この流れは宮本ら [13] によって示されているフローパターンや半無限垂直平板に沿う流れのように無限に上昇していく流れとは大きく異なり、山崎ら [2], Suriano [12] によって示されているフローパターンに類似の流れとなる。現在までの無限平板および半無限平板に関する自然対流場の研究は、境界層が加熱平板に沿って十分に発達・成長するのに対し、低グラスホフ数域の流れ場は平板高さが有限のため平板上端部に無限空間が広がる。したがって、加熱上昇流は平板上方に位置する低温流体に冷却され下降する顕著なロールとなり、これらは有限長平板の特徴的な流れ場である [2]。しかしながら、有限長平板 [2] では、障害物が設置されていないため、流れは平板近傍でほぼ垂直方向に上下対象なロールとなるが、本研究の場合、障害物として断熱床が設置されているため、流れはすべて床面に沿って平板下端部へ流れ込み断熱床近傍でやや扁平な流れ場を形成するようになる。尚、図 2.10(a), 2.10(b) に示した速度ベクトルの大きさは平板から離れるに従い急速に 0 に近づき、平板から遠方のベクトルは青色として表記されるが、その絶対値はほぼ 0 に等しい。

この流れ場を定量的に解析するために、平板高さの中心  $X=0.5$  における流体速度の  $X$  成分  $U$  の  $Y$  方向分布を図 2.11 に示す。流れは平板近傍で強い上昇流となり、平板から離れると下降流になるため、 $U$  分布は平板近傍で正の大きな値となり、平板から離れると負値を増し、負の最大値となって  $U=0$  へと漸近していく。 $Gr$  が大きいほど流れは平板近傍に集中するため、 $U$  の正負の最大値も  $Gr$  が大きいほど大きくなり、 $U$  の変化も  $Gr$  が大きいほど平板近傍に集中する。平板中央部におけるこのような  $U$  分布は山崎らの有限長平板 [2] とほとんど類似であるが、床面近傍では床面の影響により速度分布は有限長平板の場合とは異なることが予測される。障害物として断熱床が設置された場合の影響を調べるために、平板下端部  $X=0.05$  での有限長平板と本研究の場合の  $U$  分布を比較して図 2.12 に示す。同様に流体速度の  $Y$  成分  $V$  の  $Y$  方向成分の比較を図 2.13 に示す。

図 2.12 に明らかなように、両者の場合とも平板中央部に比較して下端部では  $U$  分布は小さくなるが、断熱床を設置した場合、下端部で流体は床面に沿って流れるため有限長平板よりも  $U$  分布は小さくなり、両者の差は  $Gr$  が大きいほど大きい。図 2.13 に示されるように  $V$  分布は平板下端部では流体は平板に向かって流れ込んでくるため負値となる。また、断熱床が設置された場合、平板下端部で流体はすべて床面に沿って平板へと流れていくため、 $U$  分布とは逆に  $V$  の負値は有限長平

板よりも大きくなり、両者の差は  $Gr$  が大きいほど大きくなる。すなわち、断熱床を設置した場合の速度場に与える影響は、平板中央部から上端部にかけては弱く、平板下端部で顕著になることが明らかになった。熱伝達率に与える影響は次の (2) 温度場で述べる。

## (2) 温度場

平板中心  $X=0.5$  における流体の  $Y$  方向温度分布を図 2.14 に示す。 $Gr$  が大きくなるほど  $\theta$  は急激に小さくなり、平板面上における温度こう配は大きくなる。これは  $Gr$  が大きくなるほど流れが平板近傍に集中し、平板近傍で流れが速くなるためである。 $Y$  が大きくなるにしたがって  $\theta$  は零へと漸近していくが、 $Gr$  が大きいほど流れ場と同様に温度場も平板近傍に集中する。有限長平板の温度場との比較は示さないが、温度分布も  $U$  分布と同様に平板中心部では有限長平板と類似になる。このことは、床が設置された場合でも平板中央部では有限長平板と現象がほとんど変わらないことを意味し、床の設置は自然対流場の中心部まで影響を与えないことが明らかになった。

温度場の可視化結果を図 2.15(a), 2.15(b) に示す。 $Gr$  が大きいと温度場が平板近傍に集中し、 $Gr$  が小さくなると温度場は平板近傍から断熱床に沿って大きく広がることを確認できる。断熱床が設置された場合の温度場を定量的に調べるために、有限長平板と本研究の場合の  $X=0.05$  における温度分布の比較を図 2.16 に示す。床が設置された場合、下端部で流体は床面に沿って平板へと流れるため、有限長平板よりも温度分布は大きくなり、 $Gr$  が小さくなるほどその差異は大きくなる。したがって、平板から周囲流体への温度こう配は逆に小さくなり、熱伝達率は平板下端部で有限長平板よりも低下することが考えられる。

## (3) 熱伝達率

平板の局所熱伝達率  $\alpha$  を局所ヌッセルト数  $Nuh$  として次のように定義する。

$$Nuh = \frac{\alpha h}{\lambda} = - \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (2.48)$$

式 (2.48) を差分化すると次のようになる。

$$Nuh = - \frac{(\theta_{i,2} - \theta_{i,1})}{\Delta Y_i} \quad (2.49)$$

局所熱伝達率  $Nuh$  と  $X$  との関係を  $Gr$  をパラメータとして図 2.17 に示す。 $Nuh$  は全体的には  $Gr$  が大きくなるほど大きくなる。これは  $Gr$  が大きくなるほど流れは平板近傍に集中し、温度分布は  $Y$  方向へと急激に低下し、平板面上の温度こう配が大きくなるためである。全ての場合に対して、平板上端部 ( $X=1$ ) で  $Nuh$  は増大し、中央部ではほぼ一様な分布となることは、山崎らの有限長平板と同様である。それは、流れ場と温度場で述べたように、垂直平板の自然対流に対する床面の影響は平板下端部で顕著であり、中央部や上端部では弱いためである。平板下端部では  $Nuh$  は、 $Gr$  が小さい場合は中央部とほぼ同じ分布を示すが、 $Gr$  が大きくなるにしたがって下端部でも熱伝達率

は増大する。これは、Gr が大きくなると強い自然対流効果によって、誘起されるロールも強くなり、床面に沿って平板へと流れ込み、再び平板下端部で強い上昇流に転じ、そのため、平板下端部の温度分布は急激に低下し温度こう配が増大するためである。

図 2.18 に有限長平板と本研究の場合の  $Nuh$  分布の比較を示す。速度分布および温度分布の有限長平板との比較においても示したように、障害物として床が設置された場合、平板下端部では有限長平板よりも  $U$  値が低下し、さらに温度分布が断熱床に沿って広がる。したがって先にも述べた Gr が大きくて下端部で熱伝達率が增大する場合でも、有限長平板に比べると熱伝達率は大幅に低下する。すなわち、床の設置は平板下端部の伝熱を劣化させる。

当然ではあるが加熱平板は等温度条件なので、図 2.17 に示す  $Nuh$  分布は平板各部の熱流束分布に等しい。すなわち、 $Nuh$  分布と同じ分布形状で熱が平板から放熱されていることになる。

数値計算の場合の平均熱伝達率を平均ヌッセルト数  $Nu$  として次式で算出する。

$$Nu = \frac{\alpha_m h}{\lambda} = \int_0^1 Nuh \, dX \quad (2.50)$$

図 2.19 に実験と数値計算により得られた平均ヌッセルト数分布を示す。図中の×印は数値計算結果を示す。図に示されるように数値計算結果（×）は実験値とよい一致が得られた。Gr が小さくなると実験が困難となるため数値計算に頼ることになるが、有限長平板の場合と同様に Gr が小さくなると  $Nu$  が一定値に漸近していく傾向が見られる。これは、Gr が小さくなると自然対流力が弱くなり、熱伝導が支配的になるためであると考えられる。

本実験結果と数値解析結果より  $Nu$ -Gr の関係式を求めると、図 2.19 中の実線のようになり、次式で表される。

$$Nu = 1.71 Gr^{0.0344} \quad (0.1 \leq Gr \leq 4) \quad (2.51)$$

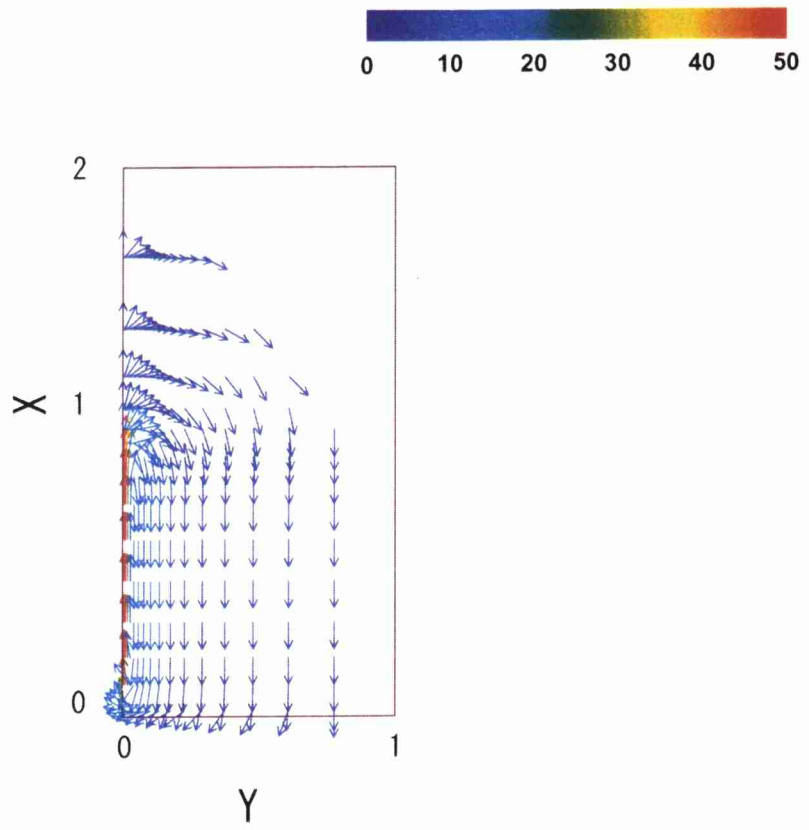
$$Nu = 1.39 Gr^{0.185} \quad (4 \leq Gr \leq 10^6) \quad (2.52)$$

上記の結果から工学への応用を次のように考える。

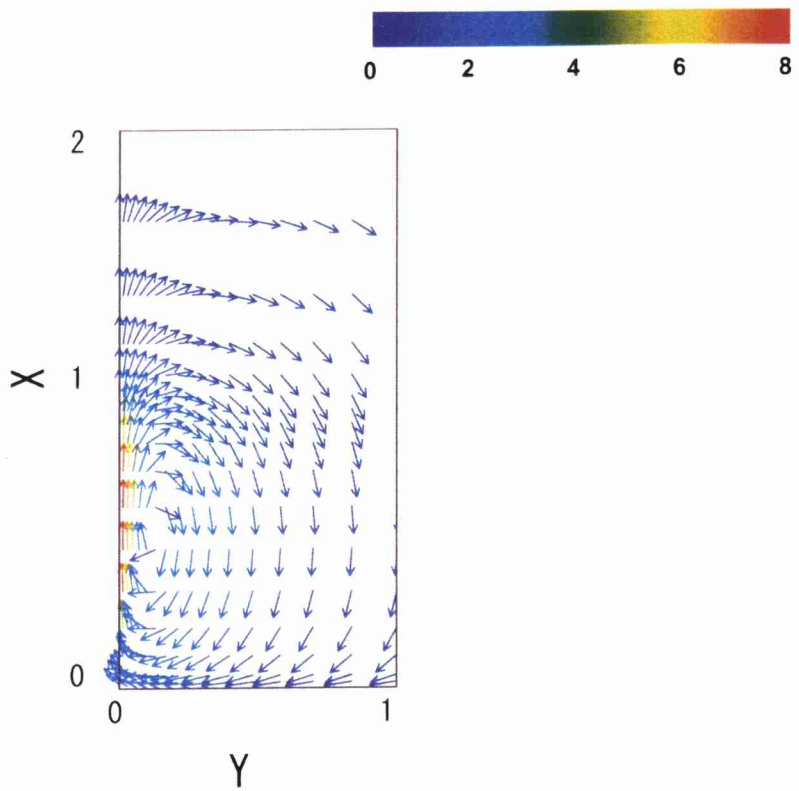
発熱体の下端部に構造物があると、熱伝達特性は大きな影響を受ける可能性があり、特に、床が設置されると、自然対流におけるロールが大幅に制限を受け、高温域が床に沿って広がるため、平板下端部の  $Nuh$  が大きく低下する。すなわち、コンピュータなどの筐体内部における発熱体周囲の熱除去を考える場合、ロールを制限しない構造とすることが除熱の観点から有利となる。しかし、実際の機器においては、床面（ボード）上に発熱体が設置されることが一般的である。したがって、床面上に発熱体が設置された場合、床面に沿って平板下端部へ流れ込む流動を極力妨げないことが必要である。すなわち、除熱の観点からは発熱体下端部への流動確保を十分に考慮した発熱体配置あるいは下端部への流動を確保するために、床面上に複数の通気孔の設置を提案する。特に、低グラスホフ数域において平板下端部の  $Nuh$  の低下は、Gr=0.1 で有限長平板と比較して約 20 %程度となるため、Gr が極めて低い場合、発熱体下部への流動確保は重要になる。

これらのことは、現在までに行われてきた半無限平板の自然対流熱伝達の知見では、定性的には理解されていても定量的には明らかにされていなかった事項であり、低グラスホフ数域における加熱平

板の自然対流場に与える障害物の影響に関し、その流れ場、温度場、熱伝達率を詳細に調べた本研究により定量的に明らかになった。



(a)  $Gr=10^4$



(b)  $Gr=1$

図 2.10 速度ベクトルの概略



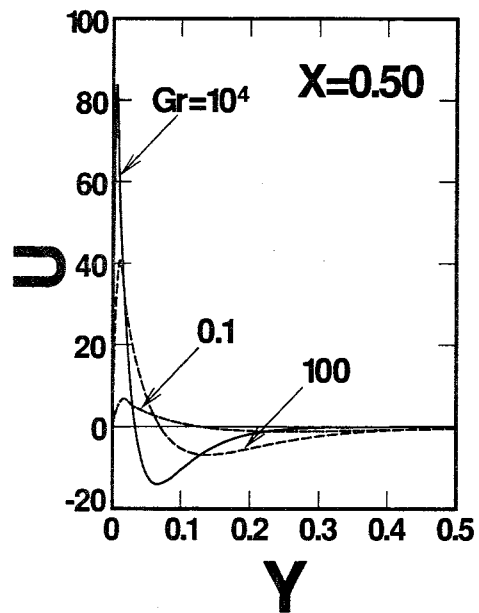


図 2.11 平板中心 (  $X=0.5$  ) における  $U$  分布

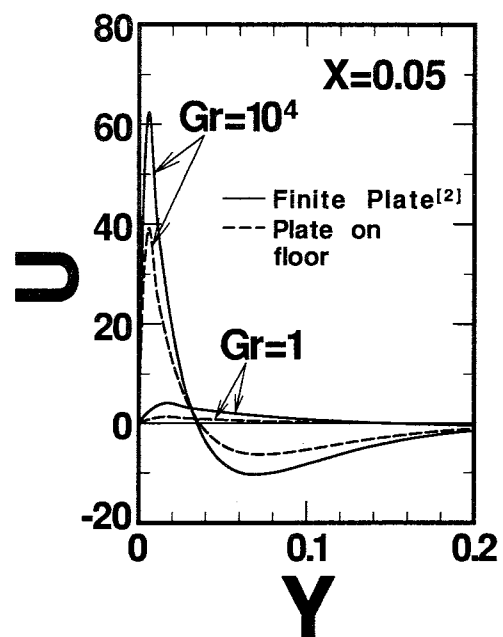


図 2.12 平板下端部における有限長平板と断熱床  
が設置された場合の  $U$  分布の比較

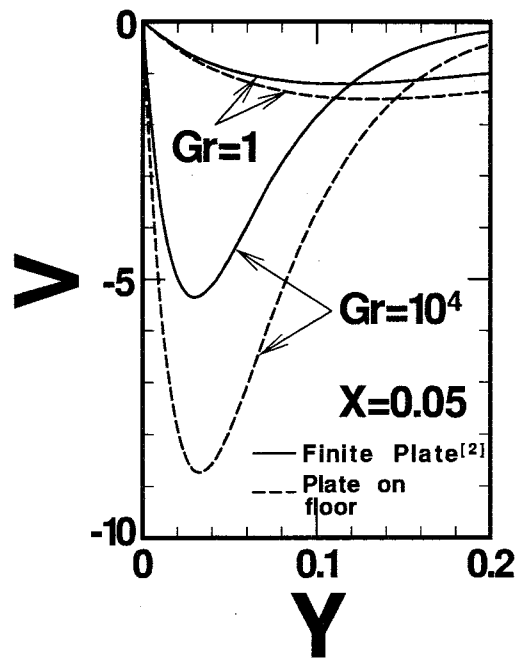


図 2.13 平板下端部における有限長平板と断熱床  
が設置された場合の  $V$  分布の比較

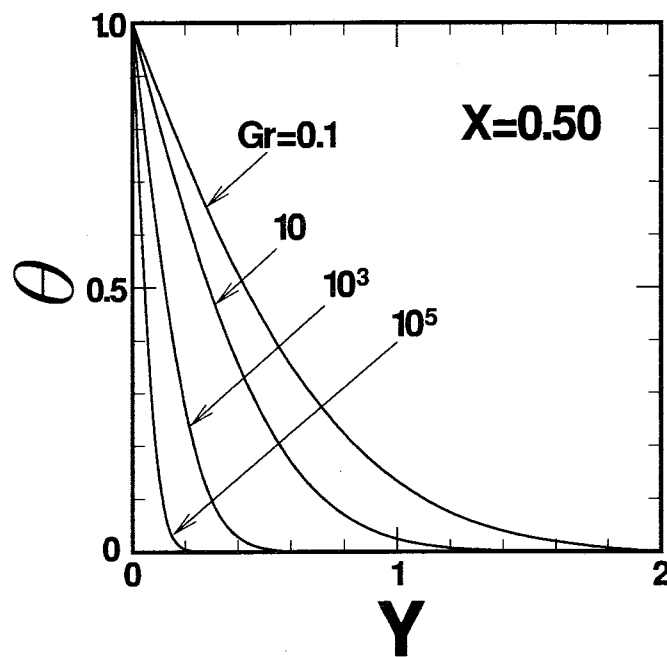
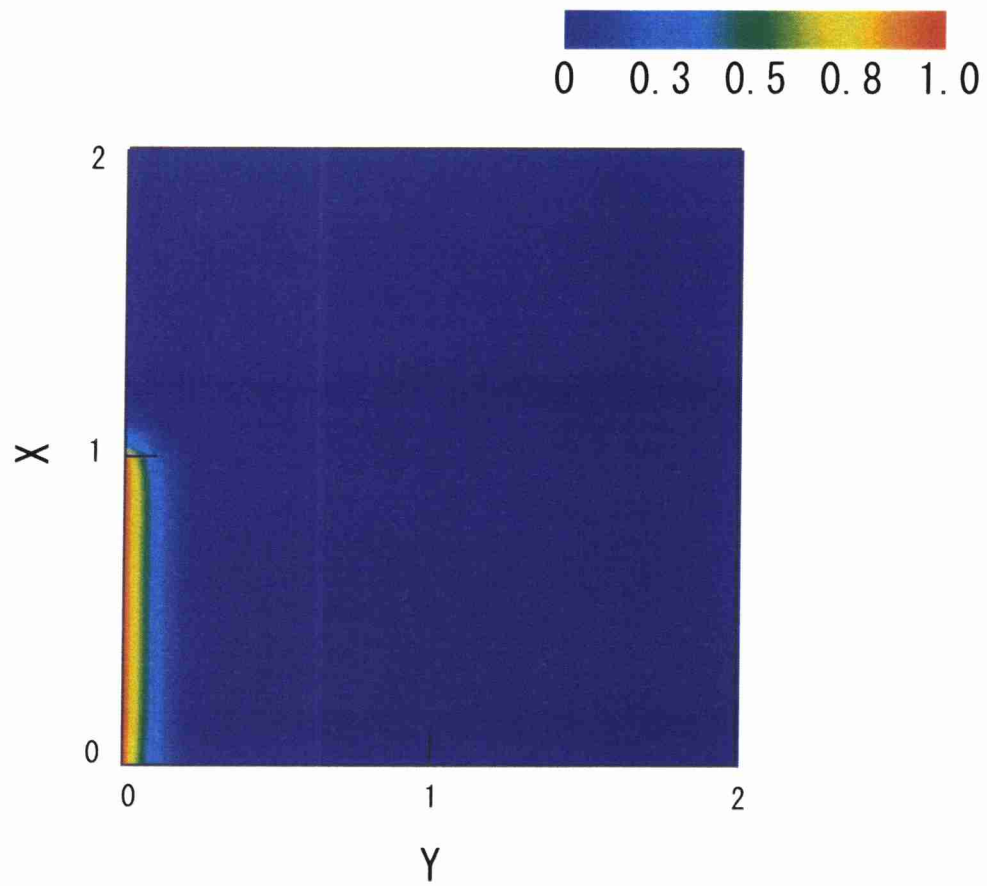
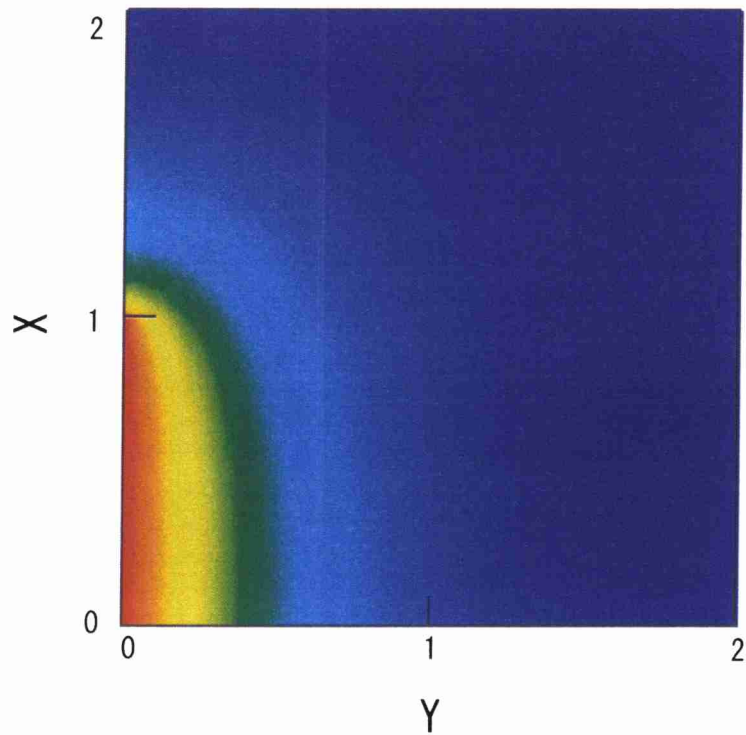


図 2.14 平板中心における温度分布



(a)  $Gr=10^4$



(b)  $Gr=1$

図 2.15 平板周囲の温度分布（断熱床設置）

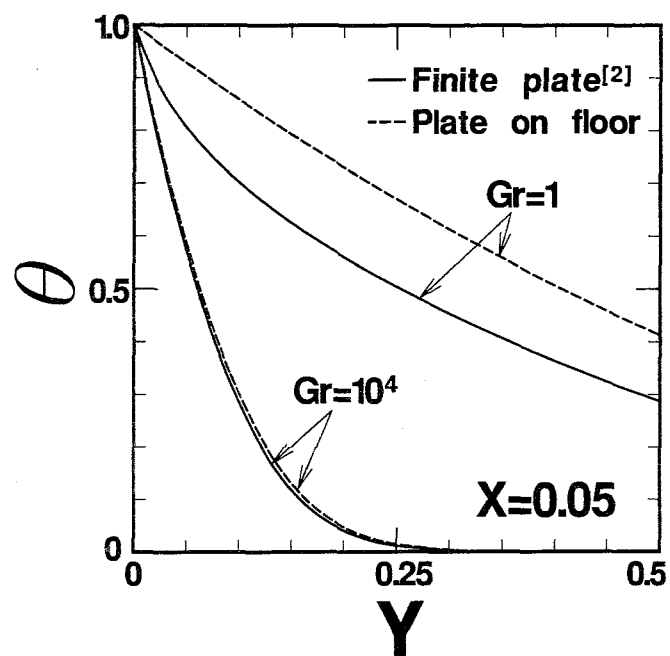


図 2.16 平板下端部における有限長平板と断熱床が設置された場合の温度分布の比較

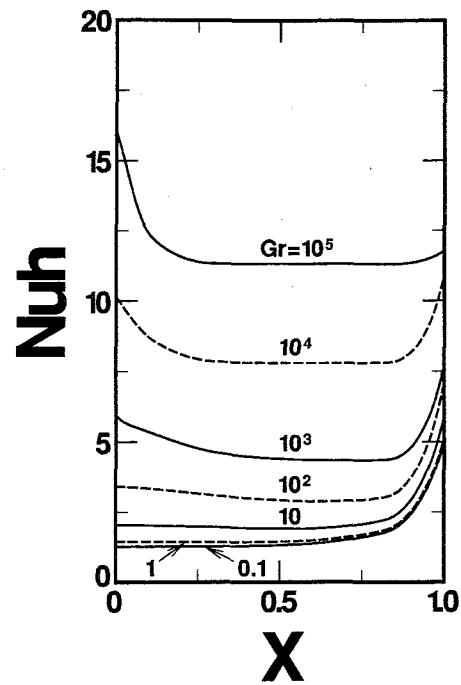


図 2.17 局所ヌッセルト数分布（断熱床設置）

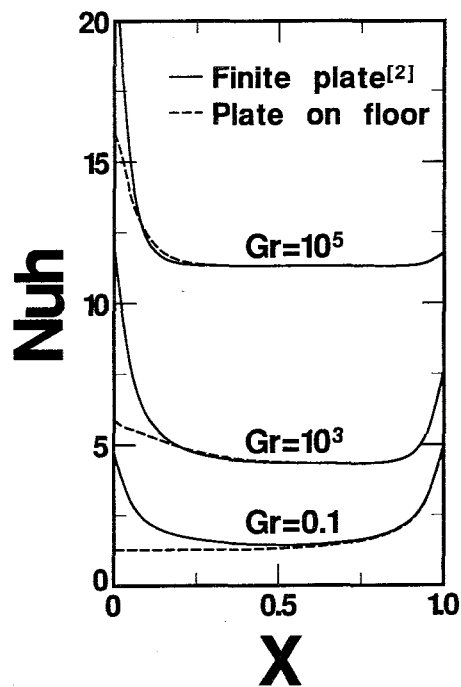


図 2.18 有限長平板と断熱床が設置された場合の  
局所ヌッセルト数分布の比較

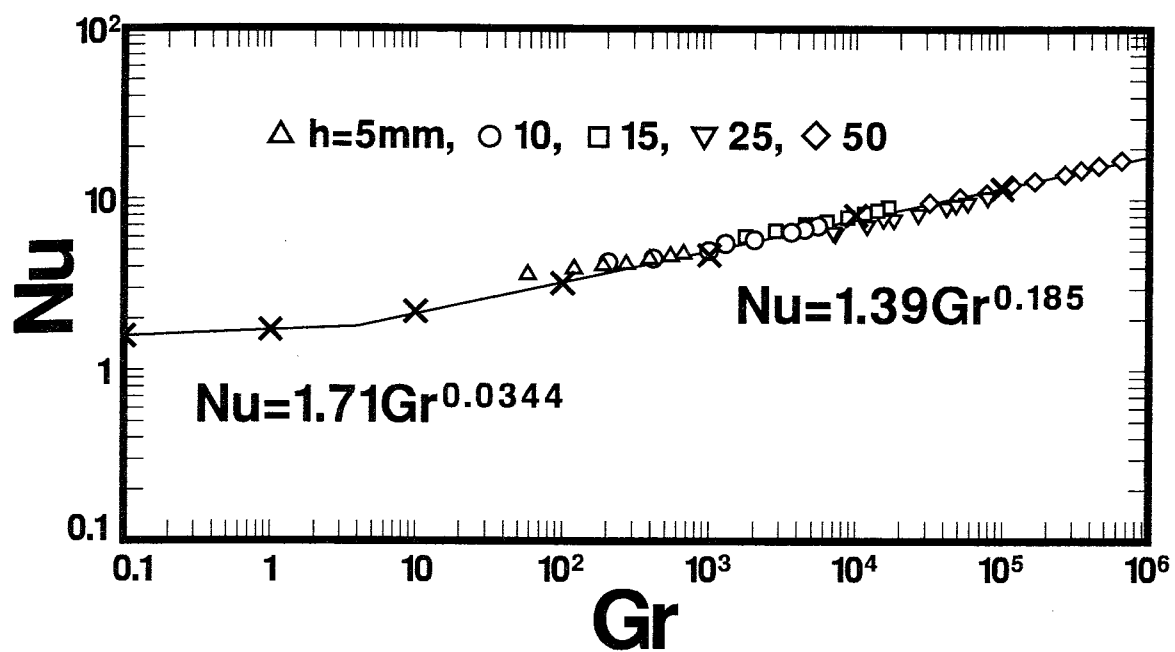


図 2.19 平均ヌッセルト数分布（断熱床設置）

## 2.3.2 垂直加熱平板に断熱天井が設置された場合

### (1) 流れ場

流れの様子を調べるために速度ベクトルの概略を  $Gr=1$  と  $Gr=10^4$  を代表例として図 2.20(a) と 2.20(b) に示す。速度ベクトルの大きさは色分けされ、 $Gr=10^4$  の場合、 $V \geq 50$  を赤色で記述し、 $Gr=1$  の場合、 $V \geq 8$  を赤色としている。

両者の場合とも、流体は平板下方から平板下端部へと流れ込み、加熱されながら平板に沿って上昇し、平板上端部に設置された断熱天井に沿って水平方向へ流れる。その後、冷却され下降し、再び平板へと流れ込んで上昇流となるロールを生じる。障害物として断熱床が設置された場合と同様、 $Gr$  が大きいほどこの流れは平板近傍に集中し、長方形のより強いロールとなる。また、流れは天井に沿って流れるため平板上端部で上方側に若干扁平する流れ場となり、 $Gr$  が小さいほど天井に沿って大きく広がる流れ場となる。

流れ場を定量的に評価するために平板高さの中心  $X=0.5$  における流体速度の  $X$  成分  $U$  の  $Y$  方向分布を図 2.21 に示す。流れは平板近傍で強い上昇流となり、平板から離れると下降流になるため、 $U$  分布は平板近傍で正の大きな値となり、平板から離れると負値を増し、負の最大値となって  $U=0$  へと漸近していく。平板中央部におけるこのような  $U$  分布は山崎らの有限長平板 [2] と障害物として断熱床を設置した場合 (第 2.3.1 項) と類似であり、平板下端部 ( $X=0.05$ ) においてもその差異はほとんどない (図 2.22 参照)。しかしながら、天井近傍では天井の影響により速度分布は有限長平板の場合とは異なっていることが予測される。障害物として断熱天井が設置された場合の影響を調べるために、平板上端部  $X=0.95$  における有限長平板と本研究の場合の  $U$  分布を比較して図 2.23 に示す。同様に流体速度の  $Y$  成分  $V$  の  $Y$  方向成分の比較を図 2.24 に示す。断熱天井を設置した場合、上端部で流体は天井に沿って流れるため有限長平板および床が設置された場合よりも  $U$  分布は小さくなり、両者の差は  $Gr$  が大きいほど大きくなる。 $V$  分布は平板上端部では流体は平板から流れ出すため正值となる。断熱天井が設置された場合、平板上端部で流体はすべて天井に沿って平板から流れ出すため、 $U$  分布とは逆に  $V$  の正值は有限長平板および床が設置された場合よりも大きくなり、両者の差は  $Gr$  が大きいほど大きくなる。すなわち、天井が流れ場に与える影響は平板上端部で顕著になり、平板下端部から中央部にかけては弱いことが明らかになった。

### (2) 温度場

平板中心  $X=0.5$  における流体の  $Y$  方向温度分布を図 2.25 に示す。天井が設置された場合においても温度分布は平板中央部では有限長平板と現象がほとんど変わらず、天井の設置は、自然対流場の中央部分まで影響を及ぼさない。

温度場の可視化結果を図 2.26(a) と図 2.26(b) に示す。図 2.26 から明らかなように、 $Gr$  が大きいと温度場が平板近傍に集中し、 $Gr$  が小さくなると、平板上端部から天井に沿って流体の高温域 (赤色部) が増加し、温度場は平板近傍から大きく広がることを確認できる。したがって、断熱天井の設置は平板上端部の伝熱を劣化させることになり、これらの現象は  $Gr$  が小さくなるほど顕著となる。

断熱天井を設置した場合の温度分布を定量的に調べるため、有限長平板と本研究の場合の  $X=0.95$

における温度分布の比較を図 2.27 に示す。断熱天井が設置された場合、上端部で流体は天井に沿って流れ出すため、有限長平板よりも温度分布は大きくなり、平板から周囲流体への温度こう配は逆に小さくなる。したがって、天井設置の影響は平板上端部の伝熱を劣化させ、これは  $Gr$  が小さくなるほど顕著となる。

### (3) 熱伝達率

平板の局所熱伝達率  $\alpha$  を局所ヌッセルト数  $Nuh$  として断熱床が設置された場合と同様に、式 (2.48) で定義する。

局所熱伝達率  $Nuh$  と  $X$  との関係を  $Gr$  をパラメータとして図 2.28 に示す。 $Nuh$  は全体的には  $Gr$  が大きくなるほど大きくなり、平板下端部と中央部では有限長平板および床が設置された場合とほとんど変わらない。しかしながら、平板上端部 ( $X=1$ ) では、 $Nuh$  は断熱天井の影響で大きく低下する。図 2.29 に有限長平板と障害物として天井が設置された場合の  $Nuh$  分布の比較を示す。速度分布および温度分布の有限長平板との比較においても示したように、障害物として天井が設置された場合、上昇流体は平板上端部で天井によってその上昇速度を急激に失い、 $Y$  方向に加熱流体が流れるため上端部で流体温度の低下が大きく妨げられる。そのため、上端部 ( $X=1$ ) の  $Nuh$  は大幅に低下することになる。

断熱床を設置した場合と同様、平均ヌッセルト数  $Nu$  を求め、障害物として天井を設置した場合の実験結果とともに平均ヌッセルト数分布を図 2.30 に示す。図中の×印は数値計算の結果を示し、実験値とよく一致している。断熱床を設置した場合と同様に  $Gr$  が小さくなると  $Nu$  が一定値に漸近していく。本実験結果と数値解析結果より  $Nu-Gr$  の関係式を求めると、図 2.30 中の実線のように次式で表される。

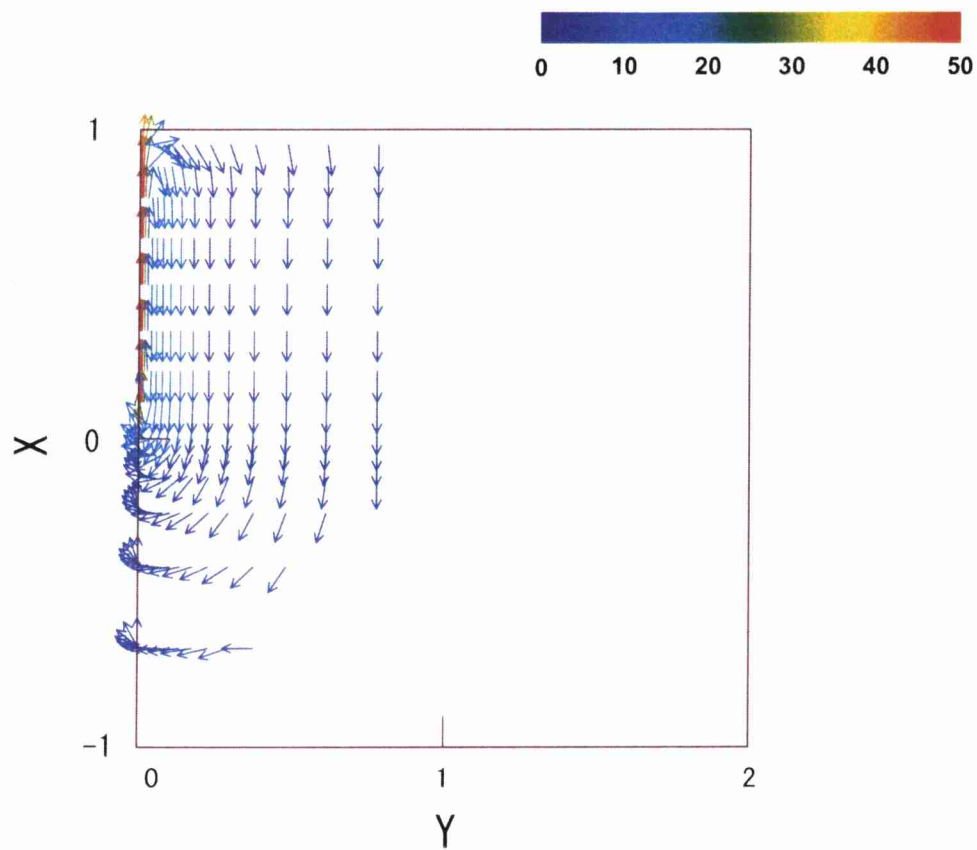
$$Nu = 1.60 Gr^{0.0379} \quad (0.1 \leq Gr \leq 4) \quad (2.53)$$

$$Nu = 1.31 Gr^{0.184} \quad (4 \leq Gr \leq 10^6) \quad (2.54)$$

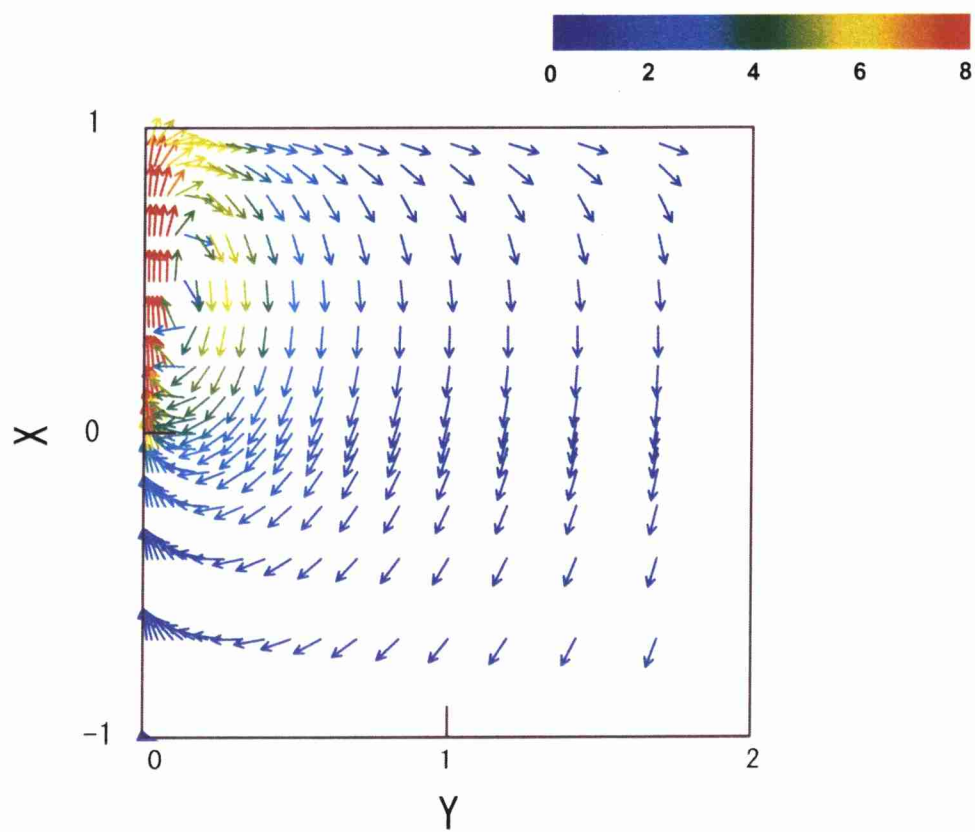
上記の結果から工学への応用を次のように考える。

発熱体の上部に構造物があると熱伝達特性は大きな影響を受け、特に、天井が設置されると自然対流における上昇流が大幅に制限を受けるため、 $Gr=10^5$  程度と大きくても平板上端部の  $Nuh$  は有限長平板の約 65 % 程度に低下する。すなわち、コンピュータなどの筐体内部における発熱体周囲の熱除去を考える場合、平板上端部からの上昇流を制限しない構造とすることが除熱の観点から有利となる。しかしながら、どうしても発熱体の上方へ他のボードをスタック的に積み上げなければならない場合、発熱体上部に設置されたボードに発熱体からの上昇流の流動を妨げない構造、たとえば、上方ボードへ部分的に通気孔を設置するなどの構造上の配慮を提案する。また、これら平板上端部の  $Nuh$  の低下は低グラスホフ数域において顕著となることから、低グラスホフ数域においては十分な配慮を必要とする。





(a)  $Gr=10^4$



(b)  $Gr=1$

図 2.20 速度ベクトルの概略

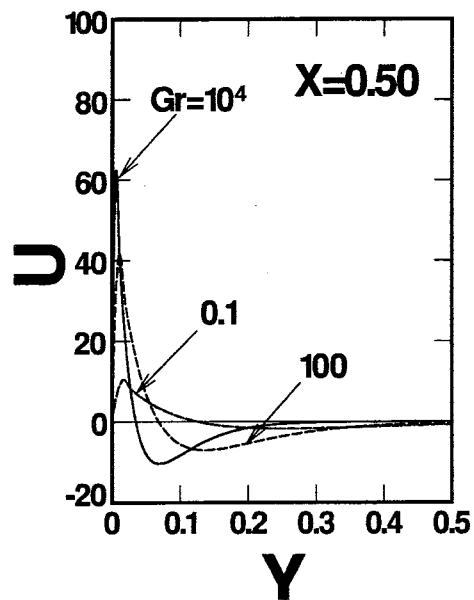


図 2.21 平板中心における  $U$  分布

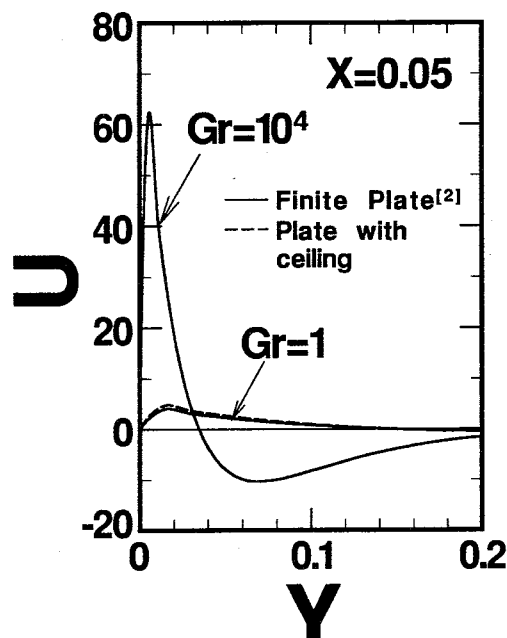


図 2.22 平板下端部における有限長平板と断熱天井が設置された場合の  $U$  分布の比較

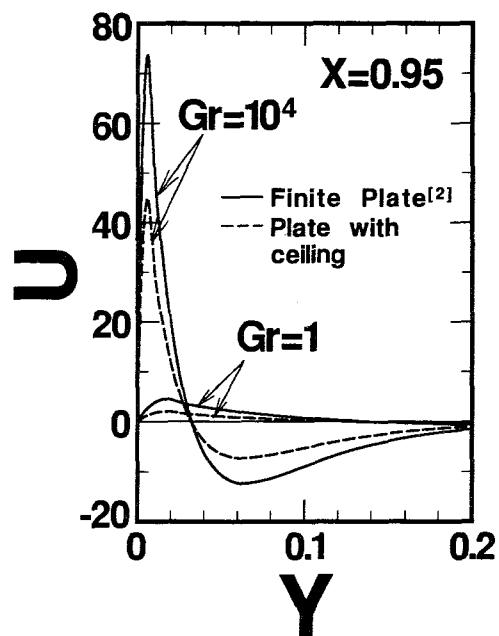


図 2.23 平板上端部における有限長平板と断熱天井が設置された場合の  $U$  分布の比較

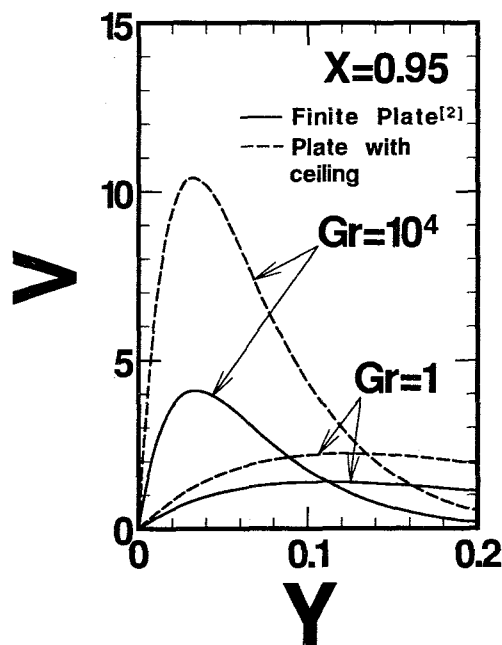


図 2.24 平板上端部における有限長平板と断熱天井が設置された場合の  $V$  分布の比較

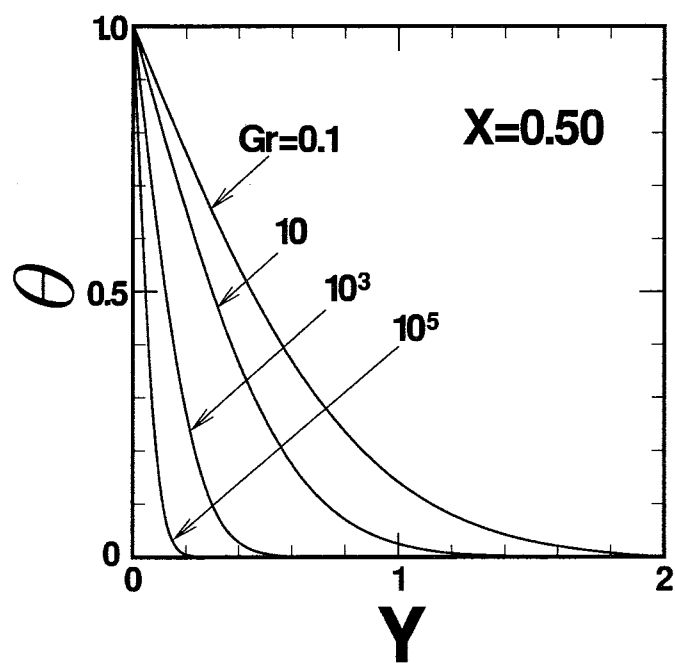
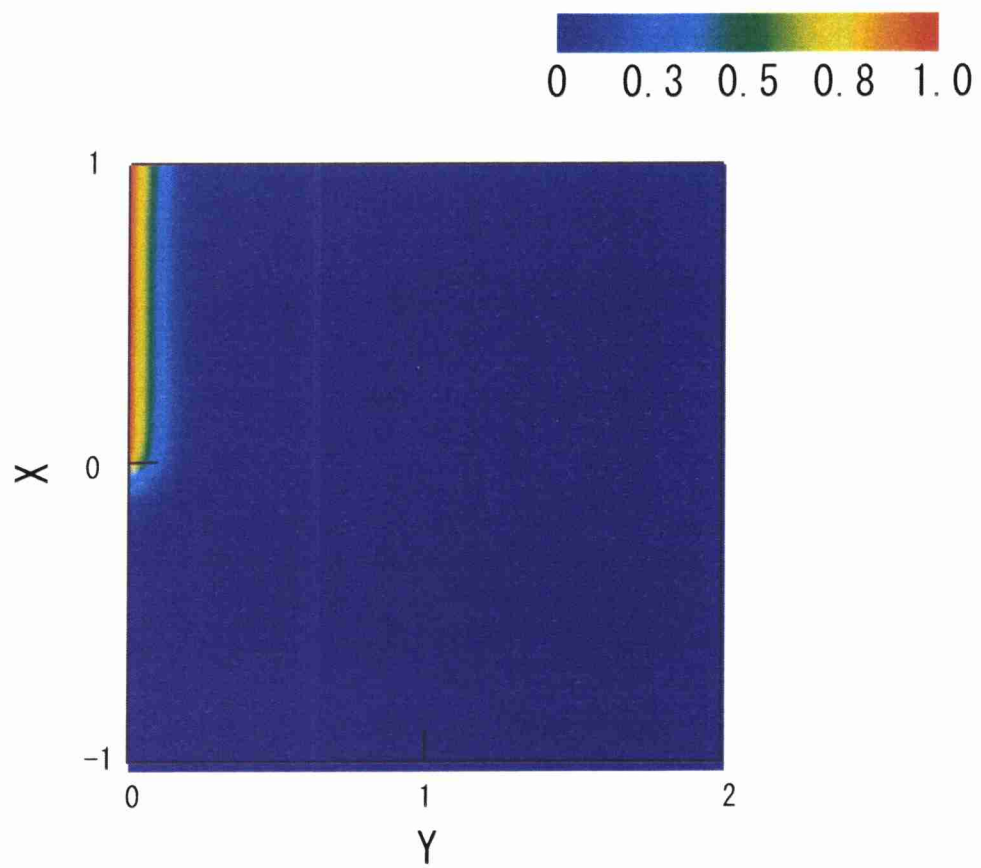
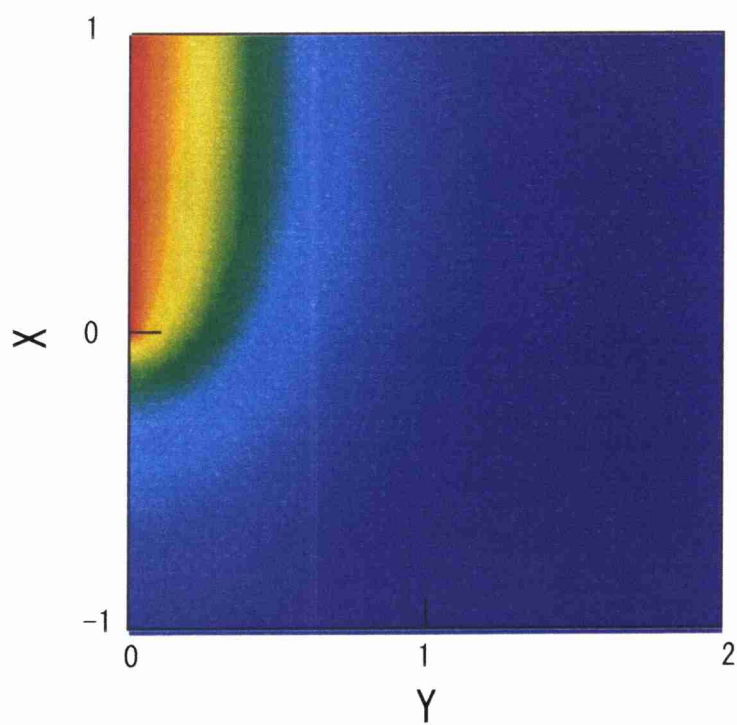


図 2.25 平板中心における温度分布



(a)  $Gr=10^4$



(b)  $Gr=1$

図 2.26 平板周囲の温度分布（断熱天井設置）

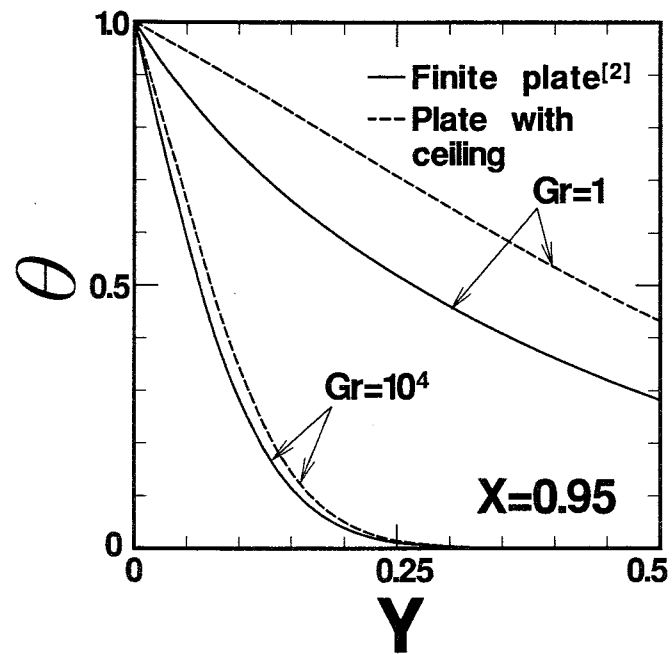


図 2.27 平板上端部における有限長平板と断熱天井が設置された場合の温度分布比較

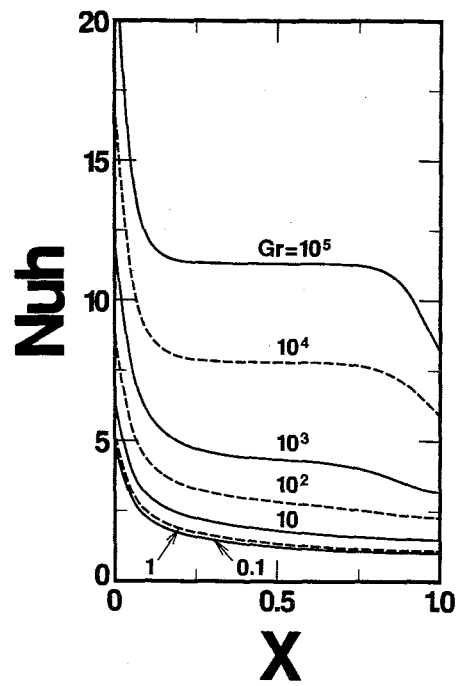


図 2.28 局所ヌッセルト数分布（断熱天井設置）

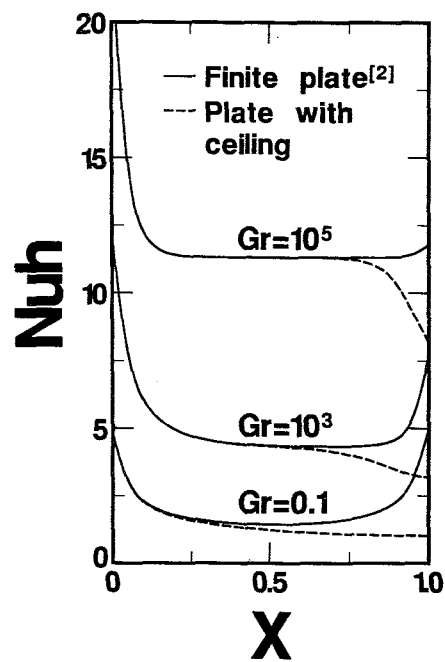


図 2.29 有限長平板と断熱天井が設置された場合  
の局所ヌッセルト数比較

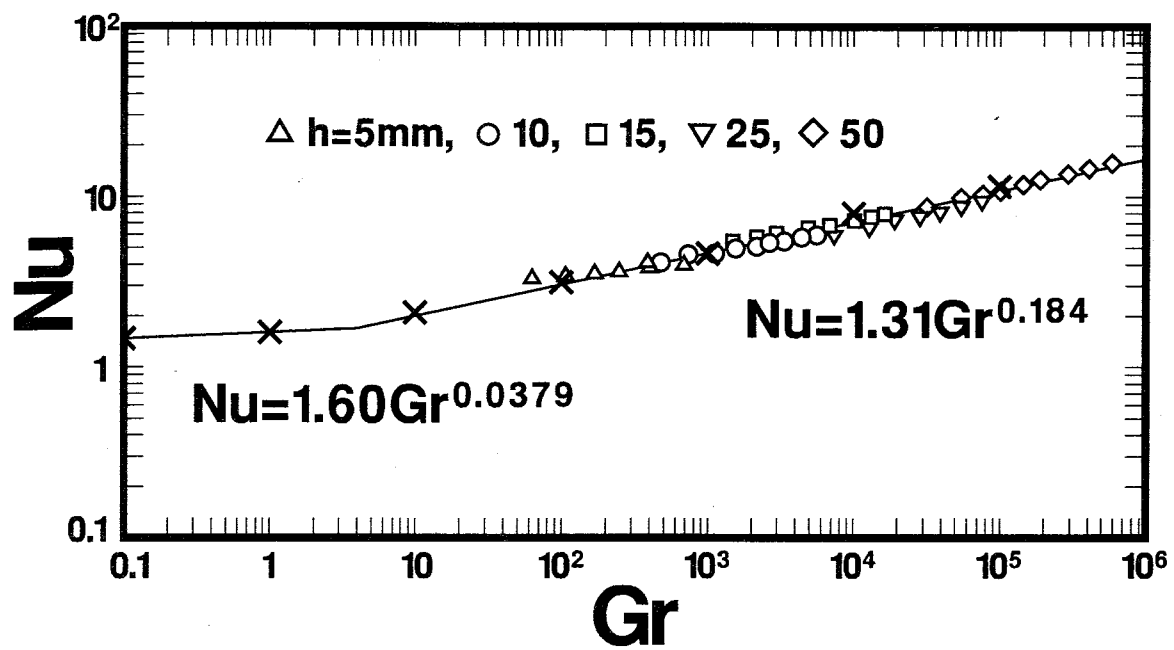


図 2.30 平均ヌッセルト数分布（断熱天井設置）



### 2.3.3 垂直加熱平板に断熱床と断熱天井が設置された場合

#### (1) 流れ場

速度ベクトルの概略を  $Gr=1$  を代表例として図 2.31 に示す。流体は床に沿って平板下端部へと流れ込み、加熱されながら平板に沿って上昇し、平板上端部に設置された断熱天井に沿って水平方向へ流れ、冷却されて下降し、再び断熱床に沿って平板へと流れ込む上昇流となる。この流れは、障害物として断熱床と断熱天井が設置された場合の流れ場が組み合わされた流れ場となり、図は省略するが、 $Gr$  が大きいと平板近傍に流れ場が集中し、 $Gr$  が小さくなると図 2.31 に示すように流れ場は大きく  $Y$  方向に拡がり、断熱天井と断熱床を循環するロールとなる。無次元  $\Psi-\Omega$  法を利用した計算では、無次元流れ関数  $\Psi$  で計算領域を必ず閉じるためこのようなロールが現れるが、平板から離れるに従い速度ベクトルの大きさは急速に小さくなり、平板から最も  $Y$  方向に離れたベクトルの速度はほぼ零に等しく、この点の流れは静止状態に近くなり平板近傍の流れが主体的になる。

#### (2) 温度場

温度場の可視化結果を図 2.32(a) と 2.32(b) に示す。 $Gr$  が大きいと温度場が平板近傍に集中し、 $Gr$  が小さくなると温度場は平板近傍から  $Y$  方向へ大きく拡がる。特に、 $Gr$  が小さい場合、断熱床と断熱天井の影響で、温度分布は平板の上下端部および中心部でほぼ同じ温度となり  $Y$  方向へ大きく拡がる。既に図 2.15(a), 2.15(b) に示した断熱床を設置した場合の温度場と対比すると明らかなように、断熱床のみが設置された場合、 $Gr$  が小さくなくても、空間に開放された平板上端部では下端部と比較して熱が拡散できるため温度の低下割合が大きく平板上端部で  $Nuh$  が増大する。これに対し、断熱床と天井を設置した場合、流れが大きく制限されるため、温度分布が平板から  $Y$  方向へほぼ一様となり平板上で温度勾配が小さくなる。このため熱伝達が著しく低下することになり、特に  $Gr$  が小さい場合に顕著となる。

#### (3) 熱伝達率

局所熱伝達率  $Nuh$  と  $X$  との関係を  $Gr$  をパラメータとして図 2.33 に示す。 $Nuh$  は全体的には  $Gr$  が大きくなるほど大きくなり、有限長平板および床・天井が単独に設置された場合とほとんど変わらない。しかし、断熱床と断熱天井の存在は、上端部と下端部の  $Nuh$  を低下させる。 $Gr$  が大きい場合、強い対流場が誘起されるため  $Nuh$  は下端部で増加するが、有限長平板よりも増加の割合は小さく、 $Gr$  が小さくなると  $Nuh$  はほぼ直線状に分布するようになる。これは、上記 (2) 温度場で述べたように、温度分布がほぼ一様になるためである。このように断熱床と断熱天井の設置は伝熱を大きく劣化させ、特に低グラスホフ数域において顕著となることが明らかになった。

平均ヌッセルト数  $Nu$  に関し、障害物として床と天井を設置した場合の実験結果とともに平均ヌッセルト数分布を図 2.34 に示す。図中の×印は数値計算結果を示す。実験結果と数値解には若干の差異が見られるが、現在、数値解析、実験のどちらに原因があるかはっきりしない。本実験結果と数

値解析結果より  $Nu-Gr$  の関係式を求めると、図 2.34 中の実線のようになり次式で表される。

$$Nu = 1.24 Gr^{0.0499} \quad (0.1 \leq Gr \leq 4) \quad (2.55)$$

$$Nu = 1.01 Gr^{0.200} \quad (4 \leq Gr \leq 10^6) \quad (2.56)$$

上記の結果から断熱床と天井が設置された場合の工学への応用を次のように考える。

発熱体の上・下部に構造物が設置されると熱伝達特性は大きな影響を受ける。すなわち、床と天井が設置された場合、 $Gr$  が小さくなると熱伝達は劣化し、平均ヌッセルト数において  $Gr=0.1$  で有限長平板の約 57 %、 $Gr=1$  で 約 60 %、 $Gr=10$  で 約 70 %となる。筐体内部における発熱体からの除熱を考える場合、極力、発熱体周囲の流動を阻害する可能性がある障害物を発熱体の上・下方に設置しないような構造とする必要がある。しかしながら、筐体全体のダウンサウジングなどで、障害物を発熱体の上・下方に設置する構造が必要な場合、床には、発熱体下端部への流動を妨げない配置の採用または床面上に通気孔などを設置し、平板下端部への流動を十分に確保するとともに、天井にも通気孔などを設置して高温流体が天井に沿って滞留しない構造を提案する。

これらは、現在までに行われてきた無限流体中に設置された半無限平板に関する多くの研究成果では明らかにされていない項目であり、本研究によって初めて定量的に明らかにされた。

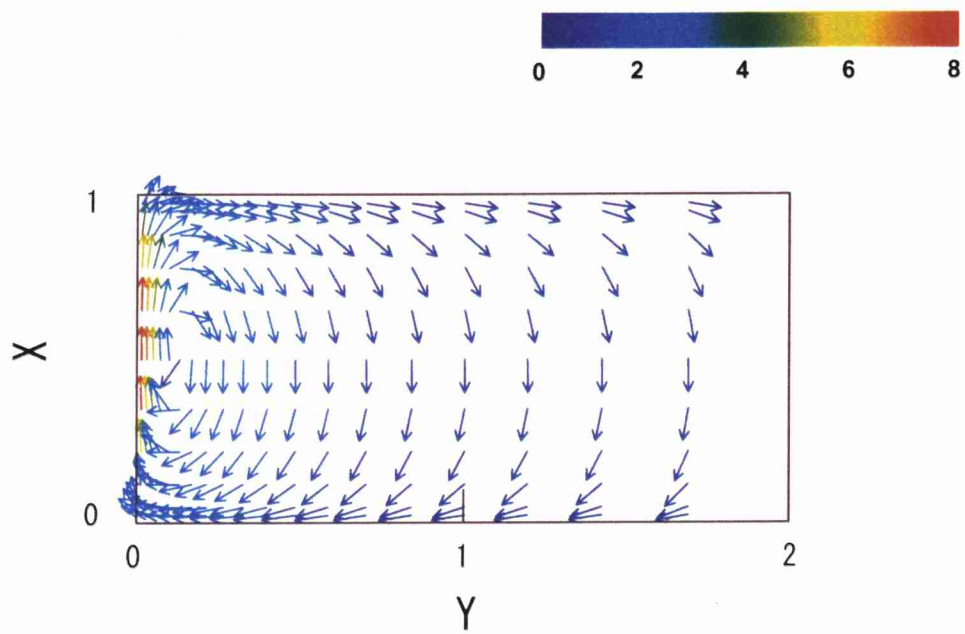
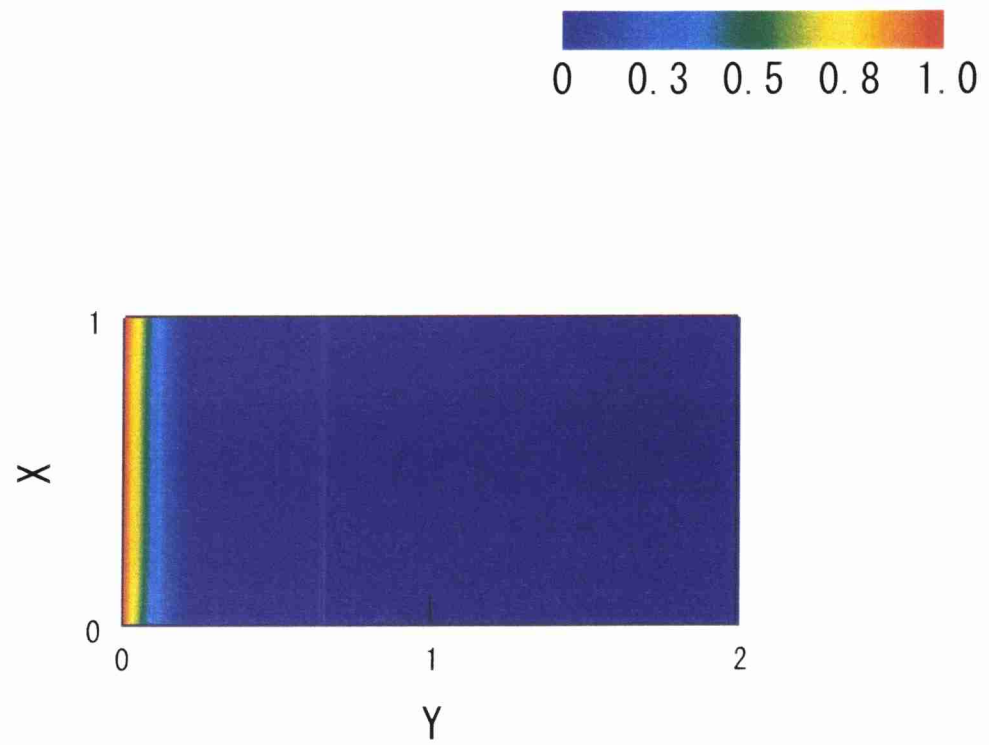
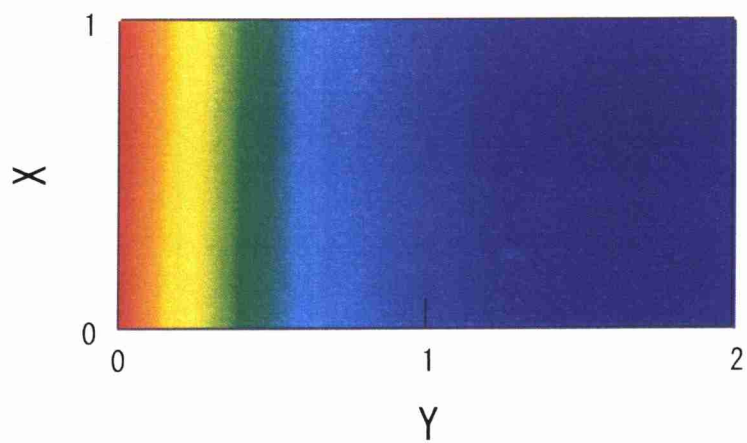


図 2.31 速度ベクトルの概略 (  $Gr=1$  )



(a)  $Gr=10^4$



(b)  $Gr=1$

図 2.32 平板周囲の温度分布（断熱床と断熱天井設置）

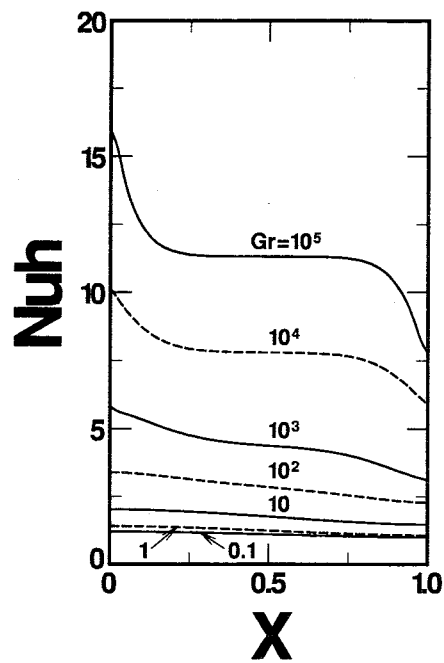


図 2.33 局所ヌッセルト数分布（断熱床と断熱天井設置）

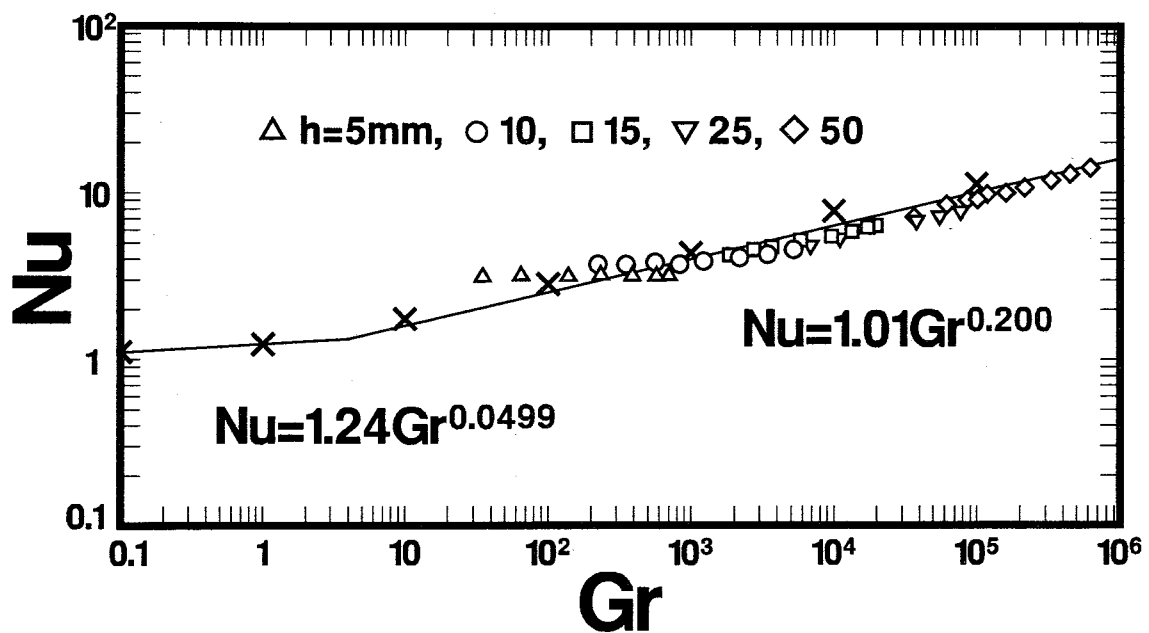


図 2.34 平均ヌッセルト数分布  
（断熱床と断熱天井設置）

## 2.4 本研究, 半無限平板の相似解, および他の研究結果の平均ヌッセルト数比較

本研究において求めた障害物の影響を考慮した  $Nu-Gr$  の関係式と山崎らの有限長平板 [2], 半無限平板の相似解 (Similarity Solution) [1], 他の研究結果との比較・検討を行う。相似解に関しては第1章で既に簡単な説明を行ったが, 本研究結果と比較する重要な評価式のため Appendix. A にその概要を示す (詳細は文献 [1] 参照)。

半無限平板の相似解は,

$$Nu = 0.515 Ra^{\frac{1}{4}} \quad (2.57)$$

で与えられる。但し, 式 (2.57) は自然対流場の基礎式に境界層近似を適用し, 誘導された評価式であり, 境界層が垂直加熱平板に沿って十分に発達した半無限平板の垂直加熱平板を対象としている。式 (2.57) の適用範囲は, 文献 [1] に明記されていないが, 境界層近似が適用でき, 層流変動があらわれる前, すなわち,  $10^4 < Ra < 10^8$  程度と考えられる [41]。また, 遷移域から乱流域の自然対流熱伝達 ( $10^8 < Ra < 10^{12}$ ) に関しては次の評価式 [1], [6] がある。

$$Nu = 0.13 Ra^{\frac{1}{3}} \quad (2.58)$$

近年では等温度の垂直加熱平板に関し, Churchill [42] が乱流域までの  $0.1 < Ra < 10^{12}$  の広い範囲に対して次式を示している。

$$Nu^{\frac{1}{2}} = 0.825 + \frac{0.387 Ra^{\frac{1}{6}}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \quad (2.59)$$

断熱床を設置した場合 (式 (2.51), 式 (2.52)) と断熱天井を設置した場合 (式 (2.53), 式 (2.54)), 断熱床と断熱天井を設置した場合 (式 (2.55), 式 (2.56)), 有限長平板, 相似解, Churchill の結果を比較して図 2.35 に示す。尚, 相似解の式 (2.57) は低グラスホフ数域の範囲まで外挿し, 図中の○印は Churchill の結果を示す。

平均ヌッセルト数は,

有限長平板 > 障害物として断熱床設置 > 障害物として断熱天井設置 > 障害物として断熱床と断熱天井設置  $\simeq$  Churchill [42] > 半無限平板の相似解

の関係になり, Churchill の結果は,  $Gr < 20$  において本研究における断熱床と断熱天井とを設置した場合にはほぼ等しく, 有限長平板の約 50 % 程度となる。また, Churchill の結果は  $Gr$  が大きくなると半無限平板の相似解に急速に漸近し,  $Gr > 10^4$  で半無限平板の相似解に一致する傾向を示す。

本研究の場合 (床設置, 天井設置, 床と天井設置) を比較すると, いずれの場合も  $Gr$  が大きく

になると  $Nu$  は半無限平板の相似解へと漸近する。これは、 $Gr$  が大きくなると境界層が加熱平板に沿って十分に発達するため、床面や天井の影響の及ぶ板全体に対する割合が小さくなるためである。一方、 $Gr$  が小さくなると  $Nu$  は一定値に漸近していく。これは、 $Gr$  が小さくなると流体は静止状態に近づき熱伝導が支配的になるためである。しかしながら、この場合、断熱の床や天井の存在は熱伝導の障害となるため、これら3者の  $Nu$  は一致することがない。すなわち、垂直加熱平板周囲の障害物が自然対流場へ与える影響は低グラスホフ数域のみで顕著になる。

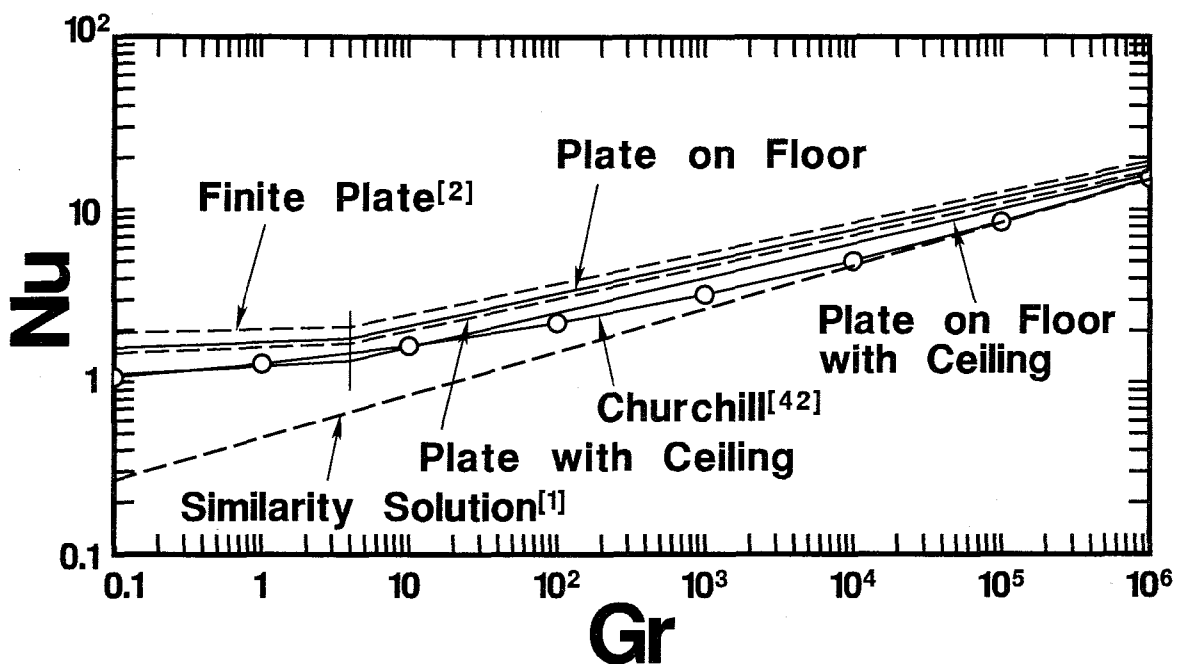


図 2.35 本研究，半無限平板の相似解，および他の研究結果の平均ヌッセルト数の比較

## 2.5 結言

障害物を有する有限長垂直加熱平板の空気に対する自然対流熱伝達に関して、比較的低いグラスホフ数域における実験と数値解析を行い、その流れ場と温度場、熱伝達特性の関係を明らかにした。

①平板によって加熱された上昇流は平板上部の低温流体によって冷却されて下降流となり平板下端の床面に達する。そして床面に沿って平板へと流れ込み、再び加熱されて上昇するロールを形成する。このロールはグラスホフ数  $Gr$  が小さくなるほど平板下端部で水平方向に大きく回りこむ流れとなる。

②平板下端の床面近傍では流体は床面に沿って平板へと流れ込むため、流体速度の垂直成分  $U$  分布は床のない場合よりも大幅に小さくなり、そのため、温度場は逆に床のない場合より大きな温度分布を示すようになる。その結果、平板下端部での熱伝達率は床のない場合より大幅に低下する。

③平均熱伝達率に関して、グラスホフ数が約 50 から  $10^6$  までの範囲で実験を行った。その結果、実験結果と数値解はよい一致を示し、実験結果と数値解より平均ヌッセルト数  $Nu$  と  $Gr$  の関係を整理して次式が得られた。

断熱床を設置した場合

$$Nu = 1.71 Gr^{0.0344} \quad (0.1 \leq Gr \leq 4)$$

$$Nu = 1.39 Gr^{0.185} \quad (4 \leq Gr \leq 10^6)$$

④本研究における床面上の平板に対して、さらに平板上端部に障害物として天井がある場合の数値解析と実験を行い、天井の熱伝達率に及ぼす影響を調べた。さらに、天井が単独に設置された場合も併せて調べた。その結果、天井を設置すると、流体は天井の影響により流体はその上昇速度を急激に失って水平方向に流れの向きを転じ、平板上端近傍では流体温度の低下が大きく妨げられる。そのため、平板上端部の局所熱伝達率が大きく低下することが明らかになった。実験結果と数値解析より  $Nu$  と  $Gr$  の関係を次式で整理した。

断熱天井を設置した場合

$$Nu = 1.60 Gr^{0.0379} \quad (0.1 \leq Gr \leq 4)$$

$$Nu = 1.31 Gr^{0.184} \quad (4 \leq Gr \leq 10^6)$$



断熱床と断熱天井を設置した場合

$$Nu = 1.24 Gr^{0.0499} \quad (0.1 \leq Gr \leq 4)$$

$$Nu = 1.01 Gr^{0.200} \quad (4 \leq Gr \leq 10^6)$$

⑤平均熱伝達率に関して、山崎 [2] による床や天井のない有限長平板、半無限平板の相似解、Churchill [42] の結果、および本研究結果を比較した結果、

平均ヌッセルト数は、

有限長平板 > 障害物として断熱床設置 > 障害物として断熱天井設置 > 障害物として断熱床と断熱天井設置  $\approx$  Churchill [42] > 半無限平板の相似解

の関係にある。3者の平均ヌッセルト数は  $Gr$  が大きくなると半無限平板の相似解に漸近する傾向を示し、一方、 $Gr$  が小さくなると  $Nu$  は一定値に漸近する。これは、 $Gr$  が大きくなると境界層が加熱平板に沿って十分に発達するため、床面や天井の影響の及ぶ板全体に対する割合が小さくなるためである。また、 $Gr$  が小さくなると流体は静止状態に近づき熱伝導が支配的になるため  $Nu$  は一定値に漸近していく。しかし、この場合、断熱の床や天井の存在は熱伝導の障害となるため、 $Nu$  は固有の値に漸近する。すなわち、垂直加熱平板周囲の障害物が自然対流場へ与える影響は、低グラスホフ数域でのみ顕著になる。

⑥本研究結果の工学への適応に関し以下に述べる。

#### ○障害物として床が設置された場合

発熱体の下端部に構造物があると、熱伝達特性は大きな影響を受ける可能性があり、特に、床が設置されると、自然対流におけるロールが大幅に制限を受け高温域が床に沿って広がるため、平板下端部の  $Nu_h$  が大きく低下する。すなわち、コンピュータなどの筐体内部における発熱体周囲の熱除去を考える場合、ロールを制限しない構造とすることが除熱の観点から必要となる。しかし、実際の機器においては、床面（ボード）上に発熱体が設置されることが一般的であると思われる。したがって、床面上に発熱体が設置される場合、床面に沿って平板下端部へ流れ込む流動を極力妨げないことが必要である。すなわち、発熱体下端部への流動確保を十分に考慮した発熱体配置あるいは下端部への流動を確保するための床面上の通気孔の設置を提案する。特に、低グラスホフ数域において平板下端部の  $Nu_h$  の低下は、 $Gr=0.1$  で有限長平板と比較して約 20 % となるため、 $Gr$  が極めて低い領域においては発熱体下部への流動確保は重要になる。

#### ○障害物として天井が設置された場合

発熱体の上部に構造物があると、熱伝達特性は大きな影響を受ける可能性があり、特に、天井が設置されると、自然対流における上昇流が大幅に制限を受けるため、 $Gr=10^5$  程度と大きくても平板上端部の  $Nu_h$  は有限長平板の約 65 % 程度に低下する。すなわち、コンピュータなどの筐体内部に

おける発熱体周囲の熱除去を考える場合、平板上端部からの上昇流を制限しない構造とすることが除熱の観点から必要となる。特に、発熱量の大きな半導体の場合、自然対流場において誘起される上昇流の制限を極力無くし天井の影響が極力現れない構造が必要であるが、どうしても発熱体の上方へ他のボードをスタック的に積み上げなければならない場合、発熱体上部に設置されたボードに発熱体からの上昇流の流動を妨げない構造、例えば、上方ボードへ部分的に通気孔を設置する等の構造上の配慮を提案する。また、これら平板上端部の  $Nu_h$  の低下は低グラスホフ数域において顕著となることから、低グラスホフ数域においては十分な配慮を必要とする。

#### ○障害物として床と天井が設置された場合

発熱体の上・下部に構造物があると、熱伝達特性は大きな影響を受ける。床と天井が設置されると、自然対流ロールが大幅に制限を受け、 $Gr$  が小さくなると熱伝達は特に劣化し、平均ヌッセルト数において、 $Gr=0.1$  で有限長平板の約 57 %、 $Gr=1$  で 約 60 %、 $Gr=10$  で 約 70 % となる。筐体内部における発熱体からの除熱を考える場合、極力、発熱体周囲の流動を阻害する可能性がある障害物を発熱体の上・下方に設置しないような構造とする必要がある。しかしながら、筐体全体のダウンサウジングなどで、障害物を発熱体の上・下方に設置する構造が必要な場合、床には、発熱体下端部への流動を妨げない配置の採用または床に通気孔を設置し、平板下端部への流動を十分に確保するとともに、天井にも床と同様に通気孔などを設置して高温流体が天井に沿って滞留しない構造とし、自然対流伝熱が阻害されないような構造を提案する。

これらのことは、現在までに行われてきた半無限平板の自然対流熱伝達の知見では、定性的には理解されていても定量的には得られていなかった事項であり、低グラスホフ数域における加熱平板の自然対流場へ与える障害物の影響に関し、その流れ場、温度場、熱伝達率を詳細に調べた本研究により定量的に明らかになった事項である。

## 第3章 断熱床面上の垂直加熱平板厚さが自然対流場 に与える影響

既に述べたように現在までの垂直加熱平板の自然対流熱伝達に関しては、無限流体中に設置された半無限平板を対象とする研究がほとんどであった。このため、実際の機器を想定し、垂直加熱平板の上・下方に設置された障害物により対流場が拘束される場合の影響を調べ第2章で報告した。第1章で述べたように、筐体内部の発熱体からの熱除去を考えた場合、筐体内部では、発熱量の異なる複数の半導体チップが設置されるため、数多くの代表温度が存在し、さらに発熱体から複数の対流プルームが発生し、それらが干渉することで非常に複雑な伝熱体系となる。

本章では実際の筐体内部に設置される発熱体の自然対流熱伝達に関する研究を展開させた。後述する図 3.1 (a)-(1) ～ 図 3.1 (a)-(3) に示す代表的な LSI プロセッサの配列を第2章で報告した垂直加熱平板に厚さを持たせた簡単な解析モデルに置き換え数値解析を行った。

### 3.1 数値解析と解析手法

数値解析には、第 2.2.3 項に示した計算手法を本モデル体系へ適合させ計算を行なった。本論文で利用した計算手法による結果（平均熱伝達率）は、既に第2章に示したように実験による平均熱伝達率とよい一致が得られている。熱伝達率は自然対流場における流れ場、速度場、温度場が相互に関係し、それらから影響を受けることから、実験と数値解の熱伝達率がよく一致した場合、数値計算上に表われる流れ場、速度場、温度場も実際の対流場にほぼ等しいと考えられる。

低グラスホフ数域における実験は一般に困難であることから、本章では数値解析を用いて低グラスホフ数域における自然対流場を詳細に調べた。

#### 3.1.1 境界条件

##### (1) 両壁等温壁の場合（高温壁と低温壁との温度比 $R=1$ ）

本研究における垂直厚板の解析モデルを図 3.2 に示す。厚板は一方が一様温度  $T_h$  の高温壁で他方が一様温度  $T_c$  の低温壁であり、板上端面は断熱されているものとする。板高さを  $h$ 、厚さを  $d$  とし、厚板は断熱床面上に設置されているものとする。各種電子機器などの内部では自然対流場は固体壁で制限される場合が多く、したがって、本研究においても発熱体の周囲は温度  $T_0$  の固体壁で囲まれているものとする。そして板上端と上方固体壁の距離を  $s$ 、板側面と側方固体壁の距離を  $b$  とする。

数値解析が対象とする発熱体パッケージの概略を図 3.1 (a)-(1) ～ 図 3.1 (a)-(3) に、筐体内部における実際の LSI パッケージの一例を図 3.1 (b)-(1) ～ (b)-(3) にそれぞれ示す。

図 3.1 (a)-(1)、図 3.1 (b)-(1) は、実際に良く見かけるプロセッサの形状である。したがって、

解析モデルとしては一方が高温壁で他方が低温壁である厚さのある垂直加熱平板（図 3.2）に近似した。図 3.1(b)-(1) では、ボード上に多数のプロセッサが配置されているが、本研究では図 3.2 に示すモデルのようにプロセッサが単独でボード上へ設置された場合を扱うことにする。第 1 章で既に述べたように、自然対流場の解明は速度場と温度場が相互に影響するため非常に難解である。ボード上に多数の発熱体が並ぶ場合、その解明は発熱体の配置に関し、多種多様の発熱体配置をモデル化しなければならず、本研究の一般性が失われることを懸念し、本研究では単独で設置された場合を評価することにする（複数の発熱体が床面上に並ぶ場合は第 4.2.1 項参照）。尚、モデルでは、平板の上端面が断熱壁で構成されているが、実際のプロセッサの場合、上端面が断熱壁で構成されることはほとんど無いと思われる。当然ではあるが、このようなプロセッサからの発熱は、内部に命令を出すクロック周波数に影響を受け、プロセッサ内部で電流が流れる個所に差異がある場合、プロセッサ全体に温度分布が発生する。本研究では、何らかの原因でプロセッサ上端面からの伝熱に問題が生じた場合を考慮し、最も厳しい発熱状態におけるプロセッサ両側方からの発熱を考えた。

図 3.1 (a)-(2), 図 3.1 (b)-(2) は、プロセッサを設置するボードの両側面に多数の LSI チップが設置された場合で、各面にある多くのプロセッサを面ごとに一つの発熱体と考え、その代表温度を選ぶことで、図 3.2 のように考えた。

図 3.1 (a)-(3), 図 3.1 (b)-(3) は、ボード上に多数の LSI チップが片面に設置された場合である。図 3.1 (a)-(3) には示していないが、このようなボードの場合、背面にダイオードなどが設置される場合が多く、長い時間が経過すると熱伝導の影響または背面に設置されたダイオードの影響で、ボードの背面においても温度分布を持つようになる。このとき、LSI 設置側とその背面に二つの自然対流場が発生し、低グラスホフ数域において干渉するようになる。図 3.1 (a)-(3), 図 3.1 (b)-(3) のような LSI ボードがコンピュータの筐体内部に多数設置された事例は、現在、最も良く見る体系である。

本研究は厳密には三次元性の考慮が必要であり、特に平板の奥行きが小さい場合は容易に三次元的現象となるが、現象を三次元に複雑にしてその本質を見失うことを懸念し、第 2 章と同様に二次元的な現象を中心に研究を進めることにする。

基礎方程式は第 2 章の数値解析で利用した定常状態における二次元、定物性かつ Boussinesq 近似を用いた連続の式、運動方程式およびエネルギー式である。ただし、本章では次のような無次元量を導入した。

B : 板側面と固体壁の無次元距離 =  $b/h$

D : 無次元板厚 =  $d/h$

R : 高温壁と低温壁との温度比

$$= (T_c - T_0) / (T_h - T_0)$$

S : 板上端と上方固体壁の無次元距離 =  $s/h$

ここで R は高温壁と低温壁との温度比であり、 $R=1$  で  $T_h=T_c$  (両壁等温) となり、既に第 2.1.1 項に示した断熱床面上の垂直加熱平板が厚さを有した場合と同様になる。

境界条件を以下に示す。

①断熱床面

$$X=0, -(\frac{D}{2}+B)<Y<-\frac{D}{2}, \frac{D}{2}<Y<\frac{D}{2}+B;$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial X}=\Psi=0, \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2} \quad (3.1)$$

②高温壁

$$0\leq X\leq 1, Y=\frac{D}{2};$$

$$\theta=1, \Psi=0, \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2} \quad (3.2)$$

③低温壁

$$0\leq X\leq 1, Y=-\frac{D}{2};$$

$$\theta=R, \Psi=0, \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2} \quad (3.3)$$

④平板上端面

$$X=1, -\frac{D}{2}<Y<\frac{D}{2};$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial X}=\Psi=0, \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2} \quad (3.4)$$

⑤上方固体壁

$$X=1+S, -(\frac{D}{2}+B)<Y<\frac{D}{2}+B;$$

$$\theta=\Psi=0, \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2} \quad (3.5)$$

⑥側方固体壁

$$0\leq X\leq 1+S, Y=\pm(\frac{D}{2}+B);$$

$$\theta=\Psi=0, \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2} \quad (3.6)$$

数値計算には、第2章と同様に無次元  $\Psi - \Omega$  法を利用し、計算格子は、図 3.3 に示す不等間隔格子を利用し、 $\Delta X_{\min} = 0.025$ 、Y方向は Gr 数が大きくなるほど小さくし、 $\Delta Y_{\min} = 0.005 \sim 0.014$  とした。格子数は  $i=41$ 、 $j=41$  で十分であった。

## 3.2 数値計算結果と考察

### 3.2.1 高温壁と低温壁との温度比 $R=1$ の場合

#### (1) 流れ場

流れ場を無次元板厚  $D=1$  を代表例として図 3.4(a), 3.4(b) に示す。尚, 速度ベクトルの色分けは第 2 章と同一とした。両壁等温度条件のため高温壁と低温壁側の速度分布は対称となる。したがって, 図 3.4(a), 3.4(b) には  $Y > 0$  の領域を示した。

床面に沿って板下端へと流れ込んできた流体は, 加熱されながら板側面に沿って上昇し, 板上端部で上端面に沿って厚板の中心方向へと流れ込み, 垂直方向に向きを転じて上昇流となり, 上端固体壁に沿って  $Y$  方向に廻り込んだ後, 下降流となって再び床面に沿って板下端へと流れ込むロールを形成する。Gr が小さい場合, このロールは板上端面で厚板中心付近まで流れ込み, 板中心線に沿って上昇する大きな流れとなる。しかし, Gr が大きくなると自然対流力が強くなるため, 板に沿った上昇流は上端面で厚板中心まで流れ込まずに上昇するようになる。その結果, 厚板上端面ではこのロールに誘起されて, ロールとともに上昇し厚板中心側から下降する逆方向ロールが生じる。この現象は板厚  $D$  が大きくなるほど顕著になる。

Gr が大きい場合, 流体は床面に沿って板下端へと流れ込み流れ場も板近傍に集中する。

板上端  $X=1$  における流体速度の  $X$  成分  $U$  の  $D=1$  と  $D=0$  との比較を図 3.5 に示す。両者の場合とも流れは板近傍で強い上昇流となり, 板から離れるにしたがって急速に上昇速度を失い  $U$  値は小さくなり, さらに負の最大値を取って  $U=0$  へと漸近していく。しかしながら流れ場に示したように平板が厚さを有する場合, 上昇流は板上端で厚板の中心方向へと向きを転じるため, 平板上端角部で流れが増速される。そのため  $D$  が大きくなるほど上端部での  $U$  値は  $D=0$  の場合より大きくなり, この現象は Gr が小さくなるほど顕著になる。

#### (2) 温度場

板上端  $X=1$  における流体温度  $\theta$  の比較を図 3.6 に示す。この図に見られるように Gr が大きいほど温度場も板近傍に集中し, 流体温度は板から離れるにしたがって急激に低下していく。  $D > 0$  の場合, 上述のように流れは上端角部で増速されるため,  $D=0$  の場合より  $\theta$  は低下し, さらに Gr が小さいほどその低下は著しい。

図 3.7(a), 3.7(b) に平板周囲における温度分布の可視化の一例を示す。Gr が大きい場合, 温度場は加熱平板周囲に集中し, 平板上端面まで  $\theta=0.3$  程度の低温域が広がる。また, Gr が小さくなると,  $D=0$  の場合と同様に温度分布が床面に沿って大きく広がることを確認できる。

#### (3) 熱伝達率

$R=1$  の場合の板側面の局所熱伝達率  $\alpha$  と局所熱伝達率  $Nuh$  を次式で定義する。

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial Y} \right)_{Y=\frac{d}{2}} = \alpha(T_h - T_0) \quad (3.7)$$

$$Nuh = \frac{\alpha h}{\lambda} = - \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=\frac{D}{2}} \quad (3.8)$$

D=1 の場合の Nuh 分布および D=1 と D=0 の場合の Nuh 分布の比較を図 3.8, 3.9 にそれぞれ示す。Gr が大きくなるほど自然対流は強くなって流れは板近傍に集中し、温度分布が Y 方向へと急激に低下して板側面の温度勾配が大きくなるため、全体的に Nuh は Gr が大きくなるほど大きくなる。すべての場合に対して Nuh 分布は板中央部ではほぼ一様であるが、上端部では板に沿った上昇流が板上部の低温流体と接して冷却され、温度分布が低下するため Nuh は増大する。さらに D > 0 の場合、先にも述べたように上端角部で流れは増速され温度分布がより低下するため、Nuh は上端部で D=0 の場合よりも大きくなる。そしてこの現象は Gr が小さいほど顕著となる。

平均熱伝達率  $\alpha_m$  を平均ヌセルト数 Nu として、式 (2.50) と同様に次式で求める。

$$Nu = \frac{\alpha_m h}{\lambda} = \int_0^1 Nuh dX \quad (3.9)$$

Nu と D との関係を Gr をパラメータとして図 3.10 に示す。Gr が小さい場合、Nu は D が大きくなるほど大きくなるが、D が概略 0.3 より大きくなると Nu はほぼ一定値に漸近していく。すなわち、Gr が大きい場合、平均熱伝達率への D の影響は小さく、Gr > 100 では D の影響はほとんど無視できる程度である。これは Gr が大きくなると自然対流力が強くなって板全体の熱伝達率が大きくなるため、板上端角部での流れの増速による局所的な熱伝達率の増加の板全体への割合が小さくなるためである。松村 [43] は等熱流束加熱された垂直平板の熱伝達に及ぼす板幅の影響を実験的に調べ、板幅の減少が熱伝達に大きな影響を与えることを示し実験式を提示した。松村 [43] の実験式では板厚が大きくなると熱伝達率は増加することを示している。一方、宮本 [19] は、有限厚さの平板では厚さが大きくなると熱伝達率は減少することを示している。本研究結果は、松村 [43] の結果に定性的に一致する。

厚板の平均ヌセルト数に関して、D=1 の場合を例にその数値計算結果を、D=0 の場合の有限長平板 [2]、断熱床面上の有限長平板、断熱の床面と天井のある平板および無限空間に置かれた半無限平板の相似解 [1]、それぞれと比較して図 3.11 に示す。図中の × 印が D=1 の場合の本計算値である。第 2 章と同様、すべての場合に対して Gr が大きくなると Nu は半無限平板の相似解へと漸近していく。尚、D=0 の場合の本数値計算結果は障害物として断熱床を設置した場合と同一である。

既に第 2 章で述べたように Nu は

有限長平板 > 障害物として断熱床設置 > 障害物として断熱天井設置 > 障害物として断熱床と断熱天井設置 > 半無限平板の相似解

の関係になるが、Gr が大きくなると D=1 の Nu も半無限平板の相似解に漸近していき、Gr が小さくなると既に図 3.9 で示したように D の影響によって平板上端部の Nuh が増大するため、ほ

ば有限長平板の  $Nu$  と同程度となる。すなわち、平板厚さが伝熱特性へ与える影響も低グラスホフ数域においてのみ顕著になり、 $Gr < 100$  の範囲では  $Nu$  は厚さの影響で増大することが明らかになった。

次に、図 3.2 の形状に代表される発熱体が筐体内部へ設置された場合の工学上への応用について述べる。

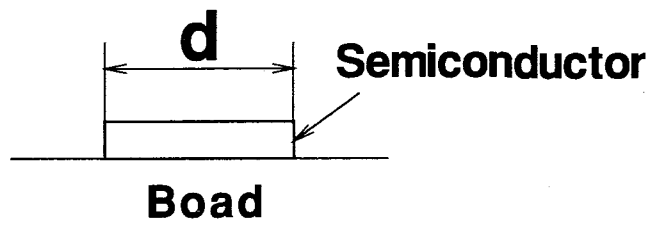
$Gr > 100$  では、平均ヌッセルト数  $Nu$  は無次元平板厚さ  $D$  にほとんど影響を受けず一定となる。したがって、熱除去の観点からは、 $Gr > 100$  ならば、 $D$  をどのように選定しても発熱量に変化は無く、実際には構造的な制約で  $D$  の寸法は決定することになる。しかしながら、 $Gr < 100$  では、 $D$  を小さくすると  $Nu$  が減少することから、 $D > 0.3$  とする方が除熱の観点からは有利となる。このことは、発熱体全体の小型化のために、技術的に可能ならば  $D$  を小さくする傾向にあるが、現在、高クロック（2 GHz 以上）で動作するプロセッサからの除熱を考えると、低グラスホフ数域における運用が考えられる場合、少なくとも無次元厚さ  $D > 0.3$  とすること、すなわち、平板厚さ  $d$  は平板高さを  $h$  として  $d > 1/3 h$  とすることを提案する。また、第 2 章に示した障害物として床を設置した場合と同様に、床面に沿って流れが平板下端部へ流れ込むため、平板下端部の流動は極力妨げない構造あるいはボード上に通気孔などを設置し対流場の流動を十分に確保する必要がある。



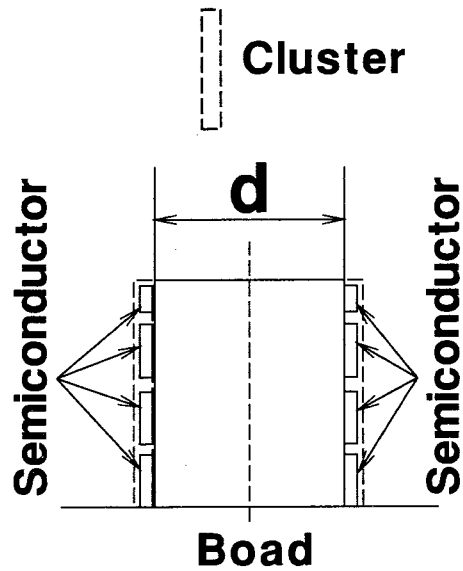
### 3.3 結 言

周囲が固体壁で囲まれ断熱床面上に設置された厚さのある垂直加熱平板（ $R=1$ ）の自然対流熱伝達に関して数値解析を行い、次のようなことが明らかになった。

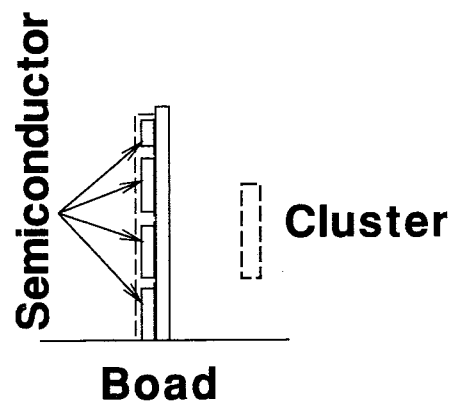
- ①板側面に沿った上昇流は下降流となり、板下端へと流れ込むロールとなる。 $Gr$  が大きくなるとこのロールとともに上昇し厚板中心側から下降する逆方向ロールが生じる。
- ②平板に沿った上昇流は板上端でこの上端面に沿って流れるようになるため、上端角部で流れが増速される。この現象は  $Gr$  が小さくなるほど顕著になる。
- ③局所ヌッセルト数  $Nuh$  分布は板中央部ではほぼ一様であるが、上端部では上昇流が上部の低温流体と接して冷却されるため増大する。さらに板厚  $D$  が大きくなるほど上端角部での流れの増速によって上端部の熱伝達率は増大する。
- ④平均ヌッセルト数  $Nu$  は、 $Gr < 100$  の範囲では  $D$  の増加とともに大きくなり、 $D$  が概略 0.3 より大きくなるとほぼ一定値に漸近していく傾向を示す。 $Gr > 100$  では  $Nu$  に対する  $D$  の影響はほとんど無視できる程度である。
- ⑤図 3.2 の形状に代表される発熱体が筐体内部へ設置された場合の工学上への応用に関し、次のように考える。 $Gr > 100$  では、平均ヌッセルト数  $Nu$  は無次元平板厚さ  $D$  にほとんど影響を受けず一定となる。したがって、熱除去の観点からは、 $Gr > 100$  ならば、 $D$  をどのように選定しても発熱量に変化は無く、実際には構造的な制約で  $D$  の寸法は決定することになる。しかしながら、 $Gr < 100$  では、 $D$  を小さくすると  $Nu$  が減少することから、 $D > 0.3$  とする方が除熱の観点からは有利となる。このことは、発熱体全体の小形化のために技術的に可能ならば  $D$  を小さくする傾向にあるが、現在、高クロック（2 GHz 以上）で動作するプロセッサからの除熱を考えると、低ガラスホフ数域における運用が考えられる場合、少なくとも  $D > 0.3$ （ $d > 1/3 h$ ）とすることを提案する。また、第 2 章に示した障害物として床を設置した場合と同様に、床面に沿って流れが平板下端部へ流れ込むため、平板下端部の流動は極力妨げない構造またはボード上に通気孔などを設置し対流場の流動を十分に確保する必要がある。



(1) 代表的なプロセッサの形状

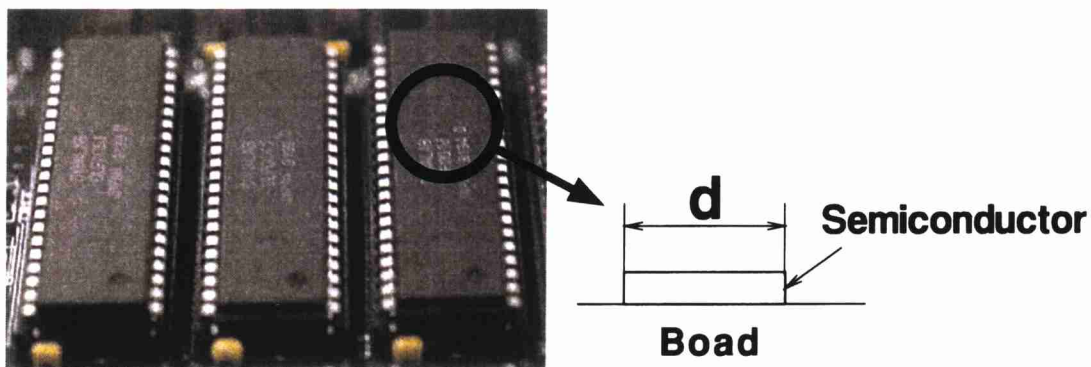


(2) 1 ボードの両面に設置されたプロセッサ群

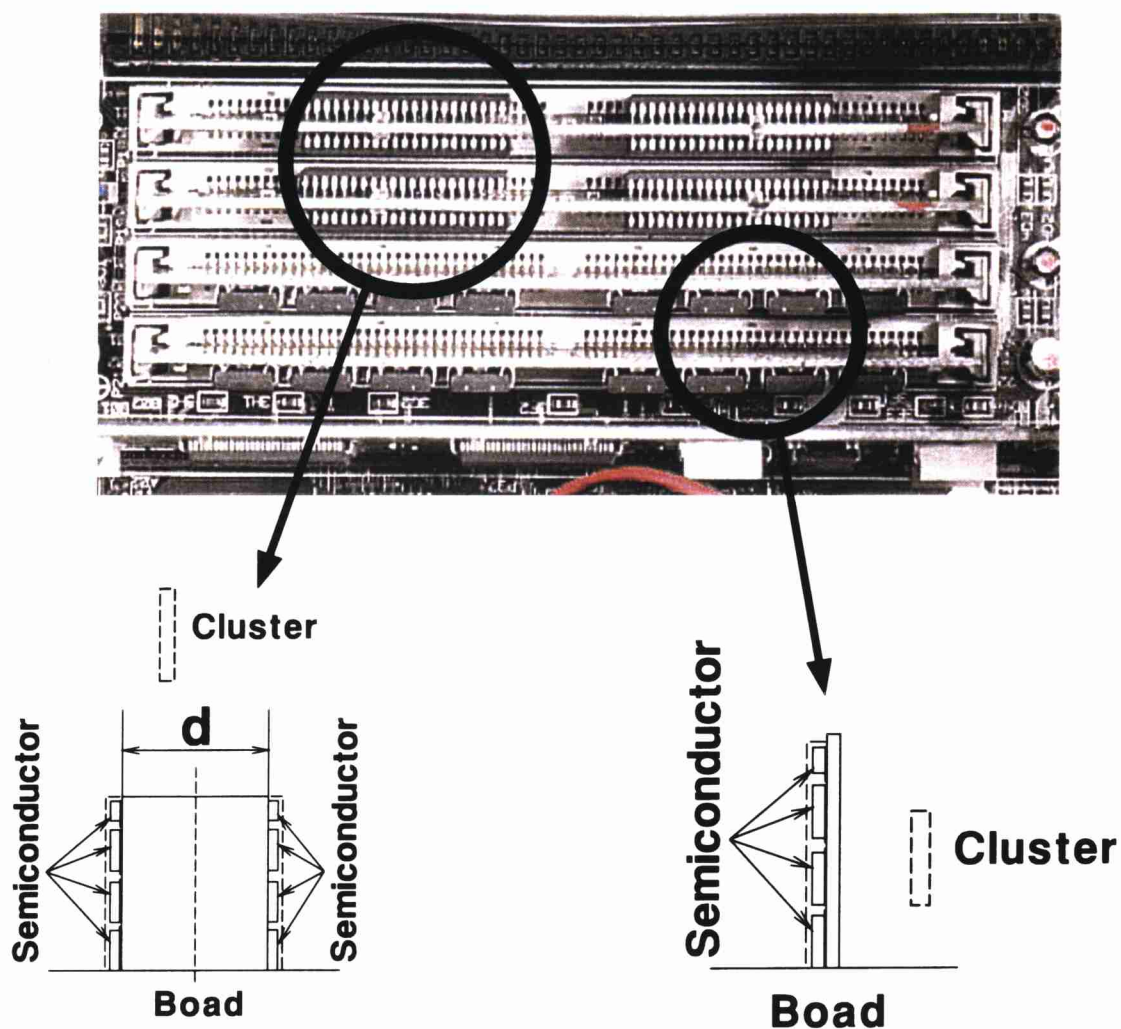


(3) 1 ボードの片面に設置されたプロセッサ群

図 3.1(a) 数値解析モデルの対象とした半導体配列



(1) 代表的なプロセッサの形状



(2) 1 ボードの両面に設置  
されたプロセッサ群

(3) 1 ボードの片面に設置  
されたプロセッサ群

図 3.1 (b) 半導体配列の実例

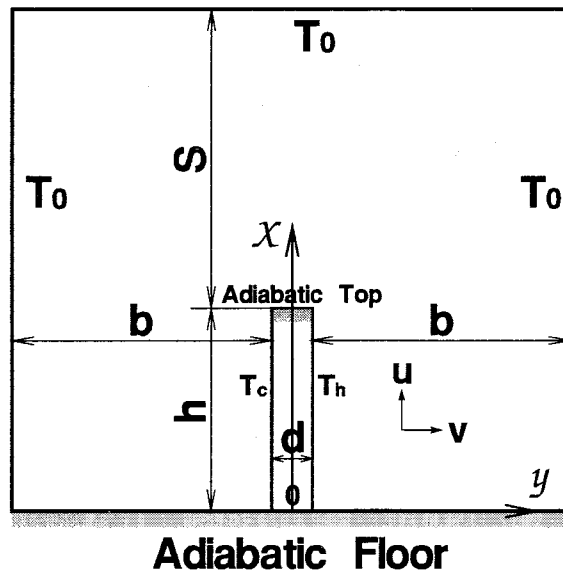


図 3.2 厚さを有する垂直加熱平板の解析モデル

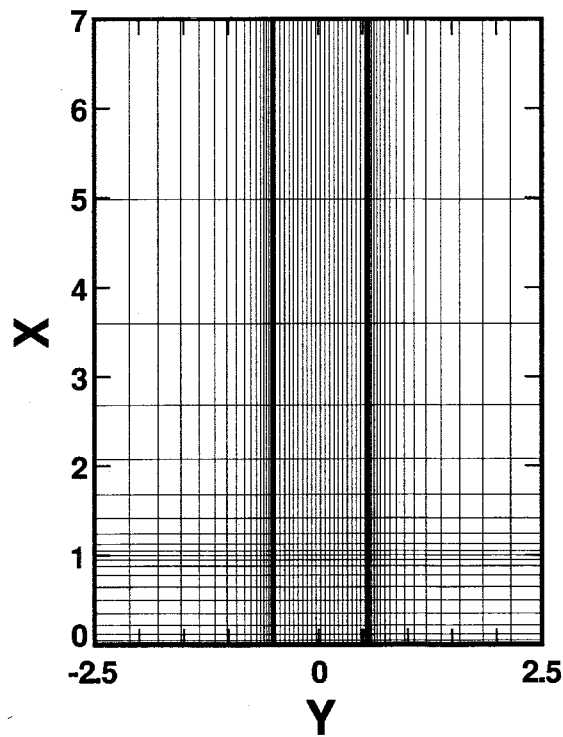


図 3.3 計算メッシュの概略 (  $Gr=10^3$  )

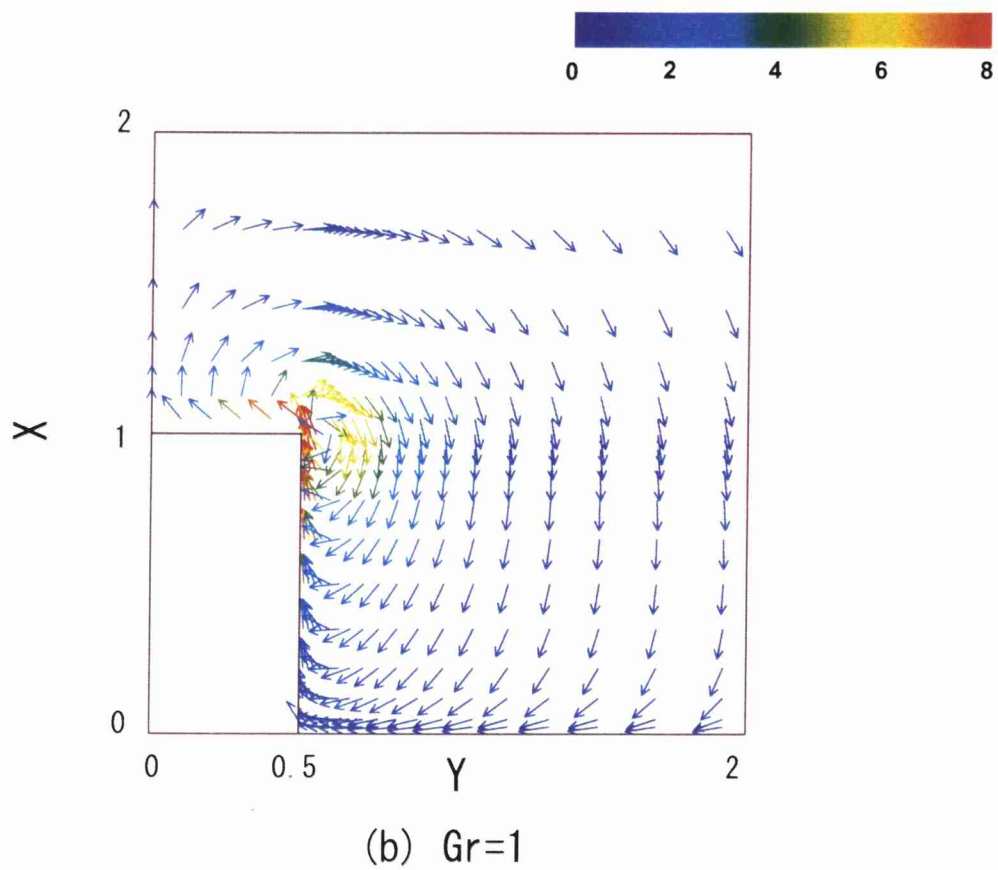
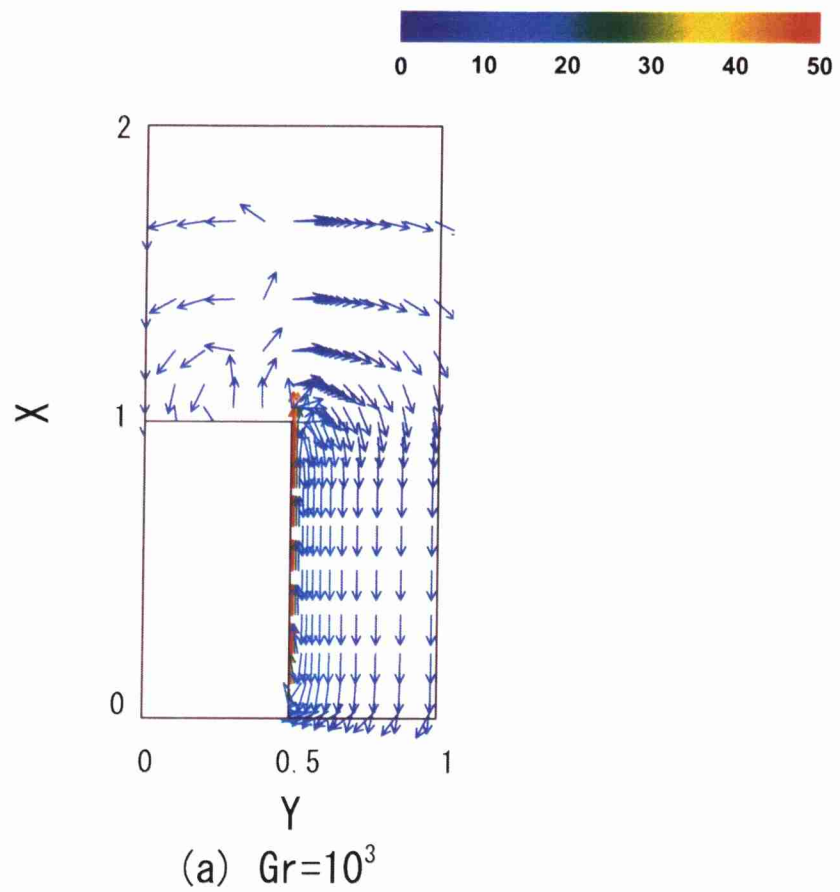


図 3.4 速度ベクトルの概略 (  $D=1$  )

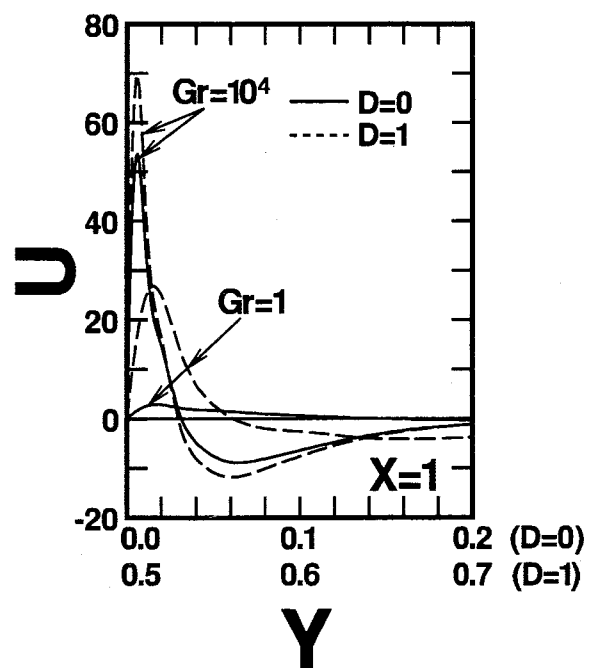


図 3.5  $D=0$  と  $D=1$  の  $U$  分布の比較

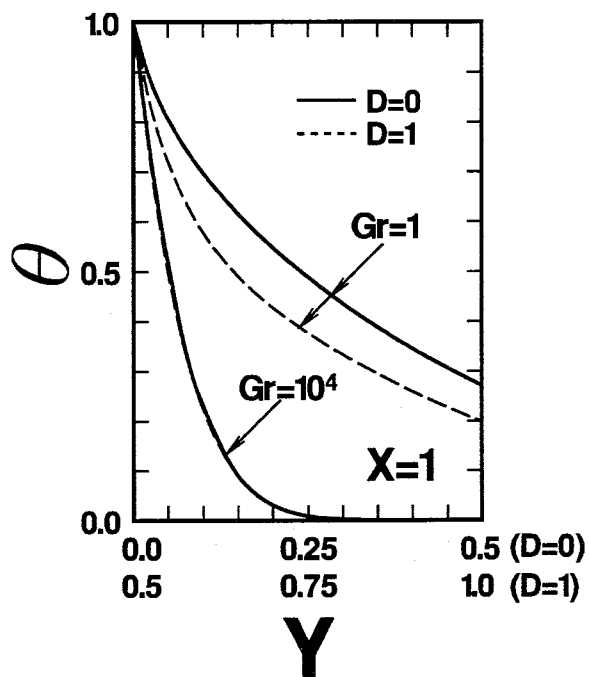


図 3.6  $D=0$  と  $D=1$  の平板上端部における温度分布の比較

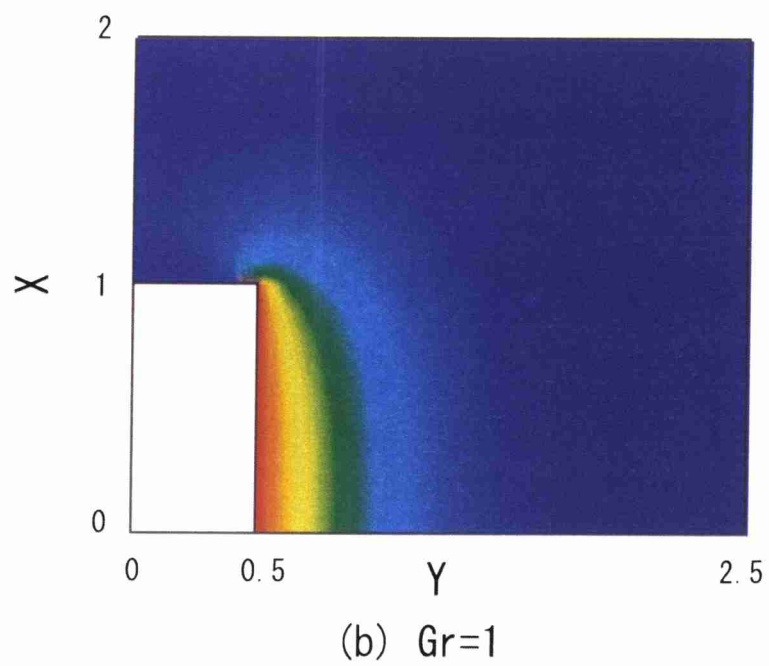
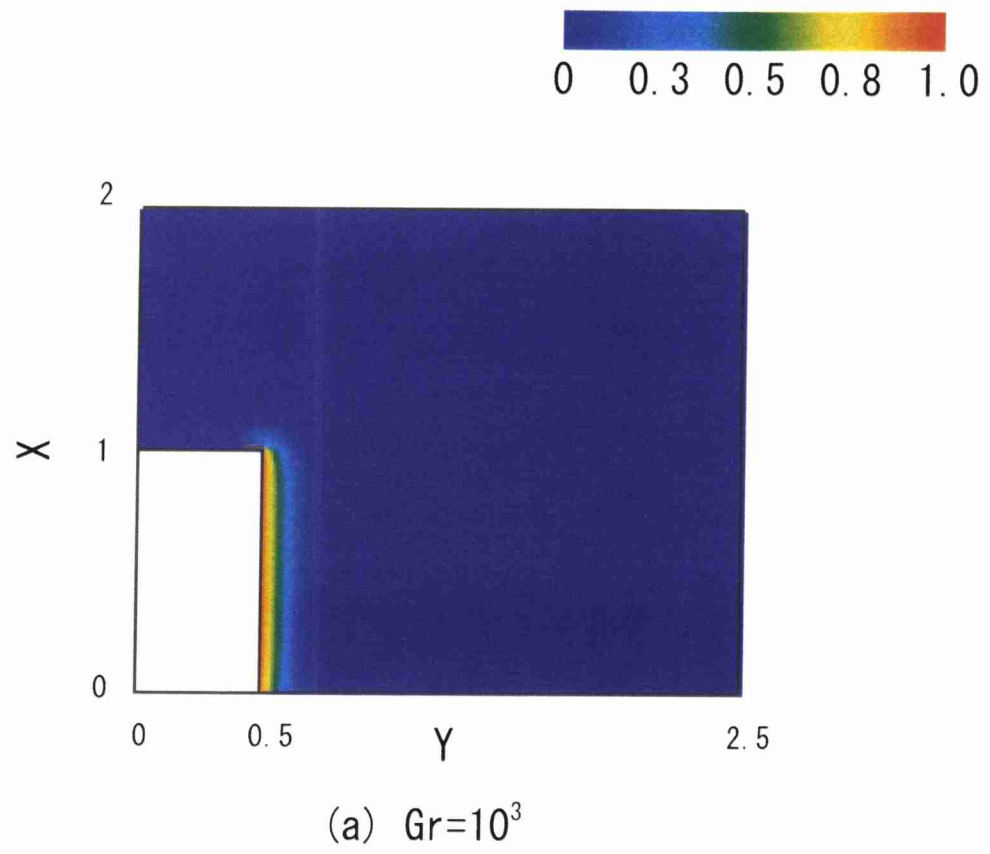


図 3.7 平板周囲の温度分布 (  $D=1$  )

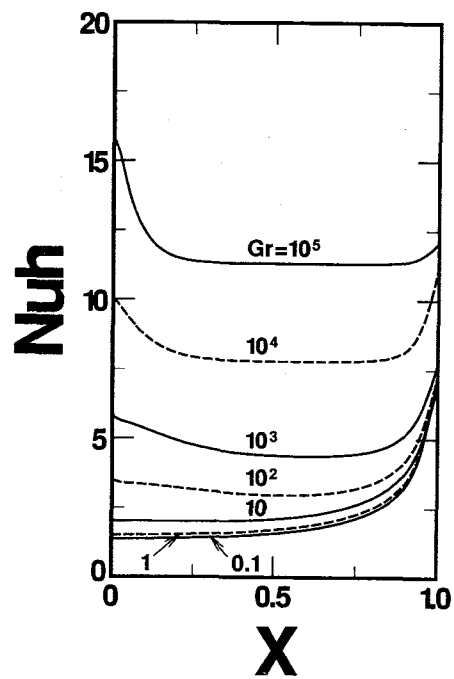


図 3.8 局所ヌッセルト数分布 (  $D=1$  )

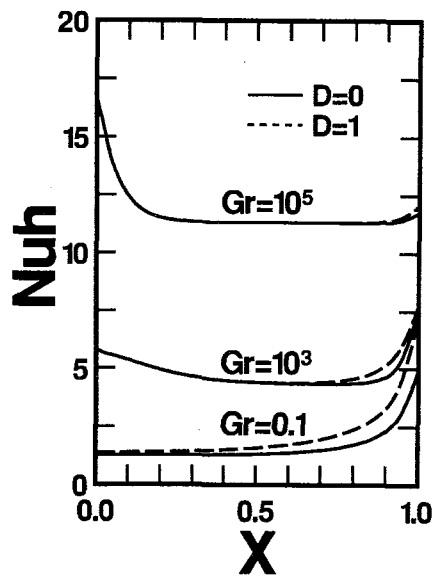


図 3.9  $D=0$  と  $D=1$  の局所ヌッセルト数分布の比較



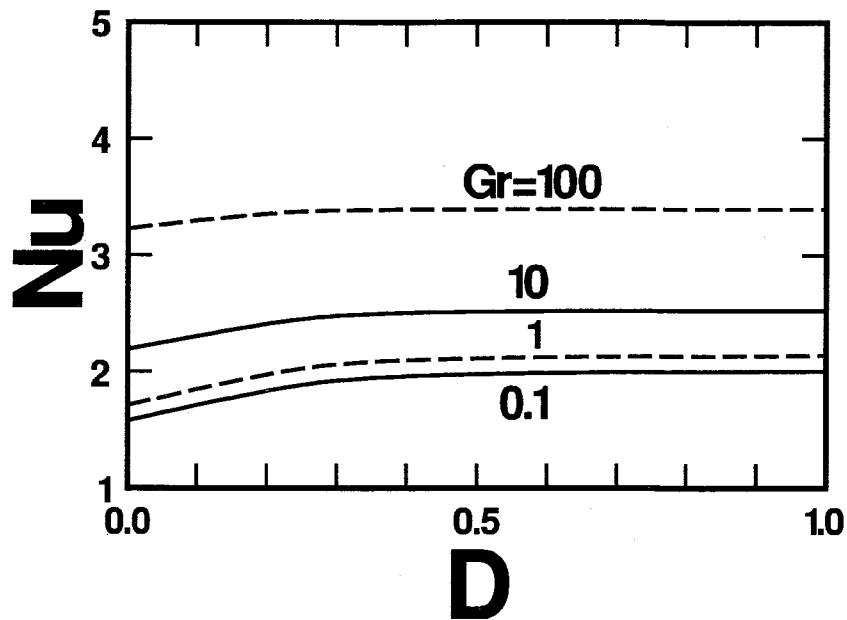


図 3.10 板厚  $D$  が平均ヌッセルト数  $Nu$  に与える影響

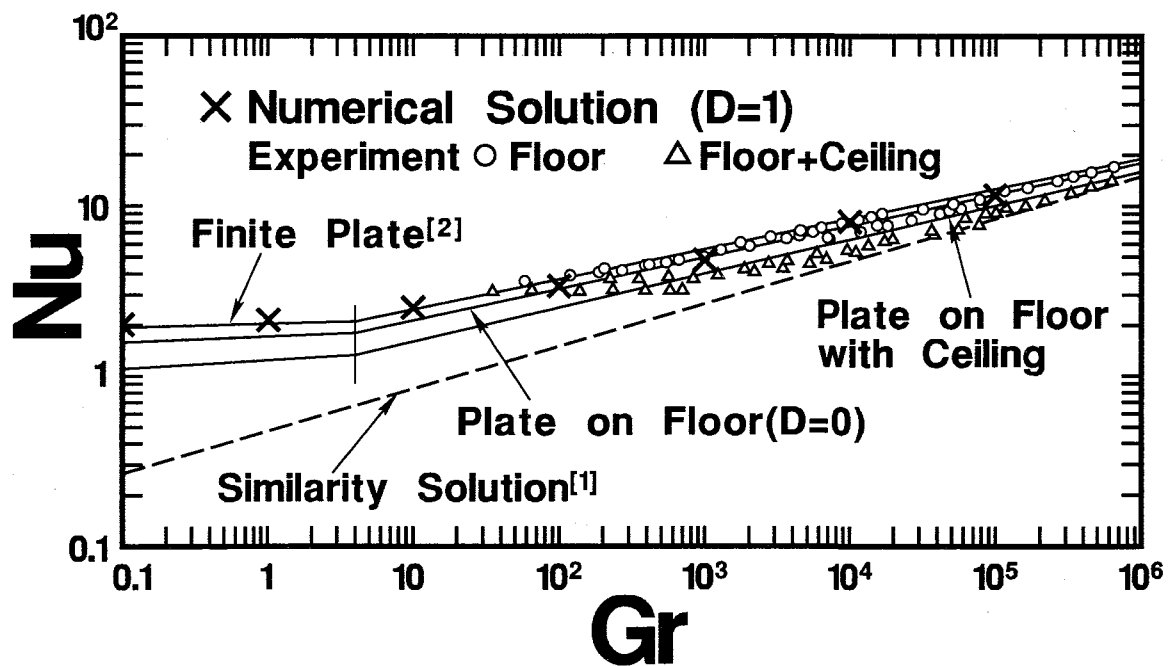


図 3.11 平均ヌッセルト数分布の比較

## 第4章 温度差がある垂直加熱平板間に発生する自然対流場の干渉現象

本章では、第3章に引き続き断熱床面上に設置された厚さを有する垂直加熱平板に関し、両壁間に温度差がある場合の検討を行った。実際の発熱体においては両壁間に温度差があるのが一般的であり、本章では低グラスホフ数域において発生する両壁間の自然対流場の干渉現象を詳細に調べた。これらは既に述べたように、現在までの無限流体中に設置された半無限平板の層流自然対流熱伝達の工学的知見では解決できない問題である。

### 4.1 数値解析と解析手法

数値解析に関しては、第2.2.4項に示した熱伝達特性において実験値（平均熱伝達率）とよく一致する計算手法（格子数、格子の大きさ、計算領域など）を利用した。低グラスホフ数域における実験は困難であることから、本章では数値解析を用いて低グラスホフ数域における自然対流場を詳細に調べた。

#### 4.1.1 境界条件

##### (1) 両壁間に温度差がある場合（高温壁と低温壁との温度比 $R < 1$ ）

数値計算に用いた境界条件は低温壁温度を除き、第3章の式(3.1)～(3.6)と同様で、本章では低温壁温度である温度比  $R$  を変えた検討を行った。両壁間に温度差がある場合の検討ケースを以下に示す。

①両平板相異なる温度で周囲流体温度  $T_0$  より高い場合

$$(T_0 < T_c < T_h, 0 < R < 1)$$

②高温壁温度が周囲流体温度  $T_0$  より高く、低温壁温度が周囲流体温度  $T_0$  より低い場合

$$(T_c < T_0 < T_h, R < 0)$$

①の検討は、コンピュータ筐体内部に図3.1(b)のような半導体が設置される垂直ボードがある場合、一方の垂直面に設置された発熱体の温度が  $60^\circ\text{C}$ （本研究における高温壁温度  $T_h=60^\circ\text{C}$ ）、これとボードを通じて背面にある発熱体の温度が  $50^\circ\text{C}$ （低温壁温度  $T_c=50^\circ\text{C}$ ）、周囲流体温度が  $T_0=40^\circ\text{C}$  である場合、温度比  $R$  は  $R=0.5$  となる。当然、両壁の温度が等しい場合は、 $R=1$  となり、既に第3章で述べた。そこで、①の検討は、 $0 < R < 1$  の範囲で行う。

②の検討は①の場合と同様に考え、温度条件として高温壁温度  $T_h=60\text{ }^{\circ}\text{C}$ 、低温壁温度  $T_c=30\text{ }^{\circ}\text{C}$ 、周囲流体温度が  $T_0=40\text{ }^{\circ}\text{C}$  である場合、このときの温度比  $R$  は  $R=-1$  となる。これは、低温壁温度に代表される発熱体に不具合があり発熱量が小さい場合および停止していた半導体が動き出して発熱を開始した場合、あるいは半導体の性能が異なり発熱量が初めから小さい場合を想定した。尚、②は①において  $0 < R < 1$  の検討を行うが、①の延長として  $-3 < R < 0$  の場合を検討した。

## 4.2 数値計算結果と考察

### 4.2.1 高温壁と低温壁との温度比 $0 < R < 1$ の場合

#### (1) 流れ場

温度比  $R$  が  $0 < R < 1$  の範囲において最も流れ場が特徴的になる  $Gr=10^3$ , 1 を代表例として、 $R=0.7, 0.5, 0.3, 0.1, 0.05$  に対し、無次元板厚  $D=1$  の場合を図 4.1(a) ~ 4.1(j) に、 $D=0.5$  の場合を図 4.2(a) ~ 4.2(j)、 $D=0.3$  の場合を図 4.3(a) ~ 4.3(j)、 $D=0.1$  の場合を図 4.4(a) ~ 4.4(j) にそれぞれ示す。

##### ① $D=1$ の場合

$Gr$  が大きい場合、両壁側に強い自然対流場が発生するため、両壁側に生じる流れ場も板近傍で強い上昇流となり両壁側に独立した流れ場が形成される。平板の上端面ではこのロールに誘起されて逆方向ロールが発生する。この流れ場は  $R=1$  の流れ場とほぼ同様であり、高温側と低温側に合計4個のロールが発生する(図 4.1(a), 4.1(c), 4.1(e), 4.1(g), 4.1(i) 参照)。

これに反し  $Gr$  が小さくなると、高温壁側の上昇流は板上端で上端面に沿って厚板中心方向へ向かって流れるが、この平板上端面に沿った流れは低温壁側の流れ場が弱いため、この弱い流れ場を低温壁側へ押し戻すようになる。このような流れは、図 4.1(b), 4.1(d), 4.1(f), 4.1(h), 4.1(j) に示すように、両壁間の温度比  $R$  が小さくなるほど顕著となる。

##### ② $D=0.5$ の場合

$Gr$  が大きい場合、 $D=1$  の場合と同様に互いに干渉せず独立した流れ場が形成される。しかし、 $D$  が小さいため、高温壁側の流れが平板上端面で低温側の流れ場と干渉し、低温側へ押し戻すように流れる。(図 4.2(a), 4.2(c), 4.2(e), 4.2(g), 4.2(i) 参照)。

そして  $Gr$  が小さくなると、高温壁側の流れは板上端で上端面に沿って厚板中心に向かって流れ、この平板上端面に沿った流れは低温壁側の流れ場が弱いため、この弱い流れ場を低温壁側へ押し込むようになり(図 4.2(b) 参照)、ついには高温側の流れが低温壁側の対流場へと流れ込み、低温壁側の対流場を押しつけるようになる(図 4.2(d), 4.2(f), 4.2(h), 4.2(j) 参照)。このような低グラスホフ数域における高温対流場から低温壁側対流場への干渉は、温度比  $R$  が小さくなるほど顕著になり、このような高温側対流場からの低温壁側対流場への流れ込みは、 $D=0.5$  の場合、 $R \leq 0.5$  で発生した。

### ③ $D=0.3$ の場合

$Gr$  が大きい場合、 $D=1, 0.5$  の場合と同様、互いに干渉せず独立した流れ場が形成されるが、 $Gr$  が小さくなると、高温側の流れが  $R < 0.7$  でも低温壁側へと流れ込むようになる (図 4.3(b), 4.3(d), 4.3(f), 4.3(h), 4.3(j) 参照)。

### ④ $D=0.1$ の場合

$Gr$  が大きく、 $R > 0.1$  の場合、互いに干渉せず独立した流れ場が形成されるが、 $R < 0.1$  では高温壁側の流れが低温壁側の上端部へ達するようになる。 $Gr$  が小さい場合、高温側の流れが  $R < 0.7$  で低温壁側へと流れ込むようになり、特に、 $R < 0.1$  では、高温壁側の流れが低温壁側へ流れ込み大きく占有するようになる。(図 4.4(b), 4.4(d), 4.4(f), 4.4(h), 4.4(j) 参照)。

## (2) 温度場

既に述べたように、 $D$  と  $Gr$  が大きい場合、高温壁側の対流場と低温壁側の対流場は互いに独立した流れ場を形成する。これに反し、 $D$  が小さく、 $Gr$  と  $R$  が小さくなると高温側の対流場が低温側の対流場へ流れ込むようになる。この現象の温度分布を調べるため、平板周囲の温度場の可視化結果を  $D=0.3$  を代表例として図 4.5(a) ~ 4.5(d) に示す。図 4.5(a) は  $R=0.7$  で  $Gr=10^3$  の場合である。図 4.5(a) から明らかなように、高温壁側と低温壁側の対流場が独立している場合、両壁側に独立した温度分布が生じる。これらは、 $R=1$  の温度分布 (図 3.7) で示した可視化結果とほぼ同様である。これに反し、 $R=0.05$  と小さくなると、図 4.5(b), 4.5(c) に示すように、 $Gr$  が大きい場合、独立した流れ場となるため、高温側と低温側の温度場は独立した温度場となるが、 $Gr$  が小さくなると高温側の対流場は低温壁側へ流れ込み、低温壁側の温度場へ影響を与えるようになる。図 4.5(c) では、低温壁側の速度ベクトルの絶対値が小さく、さらに本論文を作成した出力機器の性能から微妙な色分けが確認しづらいため、図 4.5(d) に  $Gr=1$  で  $R=0.05$  のとき (図 4.5(c) と同様) の面コンターの最大値を 0.07 に設定した場合の温度分布を示す。図 4.5(d) に明らかなように、高温壁側からの高温の流れが大きく拡がり低温壁側の上端部へ到達していることが確認できる。これらを定性的に示すため、図 4.6 に低温壁側の温度分布に関し、低温壁側上端部 ( $X=1$ ) と中央部 ( $X=0.5$ ) の温度分布を  $Gr=10^3$ ,  $Gr=1$  を代表例として示す。 $Gr$  が大きい場合、温度分布は平板近傍に集中し、平板上端部の温度勾配は中央部より大きくなる。このことは、 $R=1$  の場合と定性的に同じである。しかしながら、 $Gr$  が小さくなると、中央部 ( $X=0.5$ ) では  $R=1$  の場合と同様に低温壁から離れるに従い  $\theta=0$  へと漸近するのに対し、低温壁上端部 ( $X=1$ ) の  $\theta$  は低温壁から離れるに従い最大値となり、 $\theta=0$  へと漸近する。したがって、低温壁上端部における伝熱は上端部の周囲近傍から低温壁側へ向かって流れることになり、低温壁中央部の伝熱と逆方向になる。

## (3) 熱伝達率

図 4.7(a) ~ 4.8(b) に高温壁と低温壁の局所ヌセルト数分布の一例を  $D=1$  を代表例として  $R=0.7$ ,  $R=0.05$  の場合をそれぞれ示す。ただし、低温壁の熱伝達率も高温壁温度を基準として次のように定義する。

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=-\frac{d}{2}} = \alpha(T_h - T_0) \quad (4.1)$$

Gr が大きい場合、両壁側で独立した流れ場を作り Gr が小さくなると高温壁側の流れは低温壁側へと流れ込んでいくが、低温壁側の流れの高温壁側への影響は非常に小さい。したがって、図 4.7(a), 4.8(a) に示すように高温壁の Nuh 分布は両壁等温 (R=1) の場合とほとんど変わらない。一方、低温壁側の Nuh は、低グラスホフ数域において R が小さくなると、上述のように高温壁側の高温流体が低温壁側に干渉するため、Nuh は全体に小さくなる (図 4.7(b), 4.8(b) 参照)。

高温壁側の Nuh 分布はほとんど変わらないため、低温壁側の Nuh 分布のみを図 4.9(a) ~ 4.9(f) に示す。D と R が小さくなると、高温壁側の流れが低温壁側の対流場へ流れ込み、温度場で示したように高温壁側からの高温流れが低温壁側の上端部へ達するようになるため、図 4.9(b), 4.9(d), 4.9(f) に示されるように、Gr が小さくなると平板上端部 (X=1) で Nuh が負値となり吸熱現象が発生する。このような対流場の干渉により低温壁側の伝熱特性が影響を受けることは工学的にも興味深い現象であり、低グラスホフ数域における自然対流場の干渉現象の特徴であると考えられる。

平板上端部 (X=1) において  $Nuh < 0$  (吸熱現象) となる領域を調べるため、平板上端部 Nuh (X=1) と Gr の関係を R をパラメータとして D=0.5, 0.3, 0.1 の場合を図 4.10(a) ~ 4.10(c) に示す。上述のように、Gr が小さく、D と R が減少するほど、高温壁側の流れが低温壁側に流れ込み、平板上端部の  $Nuh < 0$  となる。

- ① D=0.5 の場合、R=0.05 で約  $Gr < 5$  で平板上端部の  $Nuh < 0$  となり吸熱現象が発生し、 $R \geq 0.1$  では吸熱現象が発生しない。
- ② D=0.3 の場合、R=0.1 では約  $Gr < 20$  で、R=0.05 では約  $Gr < 100$  で平板上端部の  $Nuh < 0$  となり吸熱現象が発生し、 $R \geq 0.3$  では吸熱現象が発生しない。
- ③ D=0.1 の場合、R=0.3 では約  $Gr < 1$  で平板上端部の  $Nuh < 0$  となり、R=0.1, R=0.05 の場合、約  $Gr < 800$  ,  $Gr < 5000$  でそれぞれ吸熱現象が発生した。

尚、D=1 の場合、低温壁側に吸熱現象は発生しなかった。

Nu-Gr の関係を D=0.5 の場合を代表例として図 4.11(a), 4.11(b) に示す。図 4.7 ~ 図 4.9 に示したように、D が小さく、R と Gr が減少すると、高温壁側の流れが低温壁側の対流場へ流れ込むようになる。したがって低温壁側の Nuh 分布は高温壁側の流れに大きく影響を受けるが、高温壁側の Nuh 分布はほとんど影響を受けない。このため、図 4.11(a), 4.11(b) に明らかなように、高温壁側の Nu は R が変化しても変わらず一定となる。一方、低温壁側では、R が小さくなると、R の減少とともに Nu は低下する。

次に高温壁と低温壁の平均ヌッセルト数 Nu と R の関係を D をパラメータとして図 4.12(a) , 4.12(b) にそれぞれ示す。局所ヌッセルト数については先に述べたように、高温壁側は低温壁側の影響をほとんど受けないから、高温壁の Nu は R が変化してもほとんど変化しない。しかし低温壁側の Nu は R が大きくなるほど大きくなり、R=1 で高温壁の Nu と等しくなる。Gr および R が

小さくなると低温壁の上端部で  $Nu_h$  は負値となるため低温壁全体で  $Nu$  は小さくなる。図 4.12 に明らかなように、 $Gr$  が小さい場合、低温壁の  $Nu$  に若干の差異がみられるが、高温壁側では  $D$  による影響は小さく、無視できる程度である。

次に、この数値計算結果と実際の対流場の整合性に関して述べる。

山崎 [44] は、下端が断熱閉鎖された二平行加熱平板の数値解析を行い、本研究と同様に高温壁と低温壁との温度比  $R$  を定義し、 $Gr$  と  $R$ 、および無次元平板間距離  $S$  ( $S=s/h$ ) が小さくなると高温壁側の  $Nu_h$  は増大し、一方、低温壁側の  $Nu_h$  は減少してついには負値になり吸熱現象が発生することを示している。解析体系は全く異なるが、山崎 [44] の結果は本研究の数値計算結果と定性的に一致し、山崎は下端が断熱閉鎖された二平行加熱平板間で干渉現象を評価し、本研究は加熱厚板の高温壁側と低温壁側の両壁間で評価していることになる。さらに、山崎 [45] は上述の数値解析と同様なモデルの実験を行った。山崎の実験では、流れ場の可視化と局所熱伝達率の計測は行われていないが、 $Gr$ 、 $R$ 、および  $S$  が小さくなると低温壁の平均ヌッセルト数  $Nu$  が低下することを示している。したがって、2つの自然対流場が干渉した場合、 $D$  と  $R$ 、および  $Gr$  が小さくなると低温壁の  $Nu$  が低下することを示す本研究結果は、山崎の一連の研究 [44-45] から考えて妥当であると思われる。

筆者は、弱い一様流中に設置された傾斜加熱平板に関し、主流流れと傾斜加熱平板上に発生する対流場が干渉した場合の実験を行い、平板近傍における流動の可視化とその熱伝達率を調べた。この実験は、本研究における2つの自然対流場の干渉現象とは直接関連しないが、弱い流れ場と対流場の干渉現象の一例として参考までにその概略を Appendix. B に示す。その結果、傾斜加熱平板上で主流と対流場が干渉し、平板上の流動が静止状態に近づいた状態になると  $Nu$  は自然対流伝熱の場合より低下することが明らかになった。このような干渉現象による  $Nu$  の低下は、本研究のような低グラスホフ数域における2つの自然対流場の干渉においても発生することが考えられる。

低グラスホフ数域において障害物の影響や平板厚さの影響が顕著になることを示したが、自然対流場の干渉現象も低グラスホフ数域のみで顕著になる。

## 4.2.2 高温壁と低温壁との温度比 $R < 0$ の場合

本項では、第 4.2.1 項において報告した  $0 < R < 1$  の場合の延長として  $R < 0$  の場合の数値計算を行い、以下に流れ場の特徴のみを述べる。

### (1) 流れ場

無次元厚さ  $D=1$  で  $Gr=10^3$ 、1 を代表例として、 $R=-1.0$ 、 $-2.0$ 、 $-3.0$  の場合を図 4.13(a) ～ 4.16(f) にそれぞれ示す。流れ場は  $0 < R < 1$  の場合と大きく異なり、高温壁側は上昇するロールを形成するが、低温壁側の流れは低温壁温度が周囲流体より低いため低温壁（冷却面）に沿って下降するロールを形成する。

$Gr$  が大きい場合、強い自然対流場が発生するため、平板上面を除き両壁側に生じる対流場は独立した流れ場となる。これに反し  $Gr$  が小さくなると、高温壁側の上昇流は板上端で上端面に沿って厚板中心に向かって流れるが、この平板上端面に沿った流れは低温壁側の下降する弱い流れ場に干渉するようになり、非常に複雑な流れ場を形成する。 $Gr$  が大きい場合、 $D \geq 0.5$  では高温側と低温側の流れ場は独立した逆方向へ流れる対流場を形成する（図 4.13(a)、4.13(c)、4.13(e)、4.14(a)、

4.14(c), 4.14(e) 参照)。また,  $D=0.1$  の場合,  $Gr$  が大きくても, 平板上面の上部で高温側と低温側を結ぶ大きな流れが生じる。一方,  $Gr$  が小さくなると, 図 4.13(b), 4.13(d), 4.13(f), 4.14(b), 4.14(d), 4.14(f), 4.15(b), 4.15(f) に示すように, 高温側の流れが低温側の流れと合流するようになる。さらに,  $D$  が小さくなると, 図 4.16(b), 4.16(d), 4.16(f) に示すように高温側と低温側の流れが合流し一つの大きな対流場へと変化していく。

### 4.2.3 垂直加熱平板からの発熱量評価

既に述べたように二つの自然対流場に強弱があると低グラスホフ数域で干渉するようになり, 弱い方の平均ヌッセルト数  $Nu$  を低下させる。本項では, このような場合に関し, 発熱体の熱除去の観点から高温壁と低温壁からの合計発熱量の評価を行い, 低グラスホフ数域において自然対流場が干渉した場合,  $R$  に対して  $D$  をどのように選定すれば, 発熱体からの除熱量を増加させられるかの検討を行った。尚, 両壁が等温度と考えられる場合は既に第3章で述べた。

高温壁側の平均発熱量を  $q_h$ , 低温壁で  $q_c$  とすると, 当然, 垂直加熱平板全体からは,

$$q_{Total} = q_h + q_c \quad (4.2)$$

となる。一方,  $q_h$ ,  $q_c$  は高温壁を基準として熱伝達率を定義しているため, それぞれ式 (3.7), (4.1) から

$$q_h = (\alpha_m)_h (T_h - T_0)$$

$$q_c = (\alpha_m)_c (T_h - T_0)$$

によって与えられる。 $(\alpha_m)_h$ ,  $(\alpha_m)_c$  は高温壁および低温壁の平均熱伝達率をそれぞれ示す。本研究における無次元発熱量  $Q_{Total}$  を次式で定義する。

$$Q_{Total} = \frac{h}{\lambda} \frac{q_{Total}}{(T_h - T_0)} \quad (4.3)$$

式 (4.3) のように定義すると,  $Q_{Total}$  は次のようになる。

$$Q_{Total} = (Nu)_h + (Nu)_c \quad (4.4)$$

ここで, 添字  $h$ ,  $c$  はそれぞれ高温壁と低温壁を表す。

温度比  $R$  と無次元熱流束  $Q_{Total}$  の関係を  $Gr=1$  を代表例として図 4.17 に示す。図 4.17 に示されるように,  $Q_{Total}$  は  $R$  にほぼ比例し  $D$  が大きいほど大きくなる。また,  $D$  による  $Q_{Total}$  の差異も  $R$  が大きいほど大きくなる。これは, 前述したように,  $0 < R < 1$  の場合,  $Gr$  と  $R$  が小さくなると高温壁側の対流場が低温側へ流れ込み, 低温壁上端部の  $Nu_h$  が負値となって低温壁の平均ヌッセルト数が低下するためである。

工学上の応用として平板全体からの熱除去を目的とした場合,  $D$  は大きいほうが, 低グラスホフ

数域において有利となる。山崎[44], [45]によれば、低グラスホフ数域において下端が閉じた向かい合う平行加熱平板では、平板間距離を  $s$  として無次元距離  $S (S=s/h) > 0.2$  でほぼ両加熱平板間の影響は無いことを示している。したがって、図 3.1(a) ~ 3.1(c) のような LSI パッケージが筐体内部に複数個設置された場合、発熱体間の無次元距離  $S$  が 0.2 以上ならば発熱体が単独に設置されているものと考えられ、低グラスホフ数域における自然対流場からの除熱を考えた場合、無次元平板厚さ  $D$  を大きくとる方が熱除去を促進させるためには有利となる。

### 4.3 結 言

#### (1) $0 < R < 1$ の場合

①  $Gr$  が大きいと両壁側に生じる流れ場は互いに干渉せず、独立した流れ場を形成する。これに反し、 $Gr$  が小さくなると、高温壁側の流れは低温壁側の流れ場を押し込むように低温壁側へと流れ込むようになる。また、この現象は無次元板厚  $D$  に影響を受け、 $D$  と  $R$  が小さいほど顕著になる。

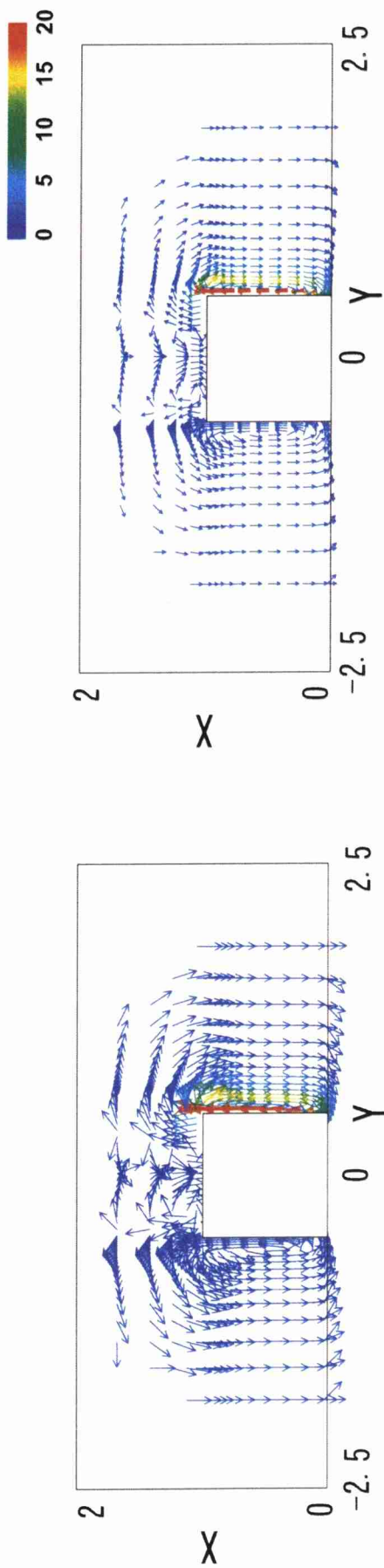
②  $Nuh$  分布は高温壁では  $R=1$  の場合とほとんど変わらないが、低温壁では  $R$  が小さくなるほど  $Nuh$  は小さくなり、さらに  $Gr$  が小さくなると低温壁の上端部では  $Nuh$  が負値となり吸熱現象が発生した。高温壁側の流れは高温壁側の  $Nuh$  分布に影響を与えないため、 $Nu$  分布も  $R=1$  の場合とほとんど変わらない。これに反し、低温壁側の  $Nuh$  分布は高温壁側の流れが低温壁側へ流れ込むと平板上端部で  $Nuh < 0$  となるため、低温壁全体で  $Nu$  は小さくなる。

③本解析モデルからの総発熱量に関し無次元発熱量  $Q_{Total}$  による評価を行なった。その結果、平板全体からの熱除去を目的とした場合、 $D$  は大きいほうが、低グラスホフ数域における自然対流場の干渉現象を回避するため有利となる。山崎[44], [45]によれば、低グラスホフ数域において下端が閉じた向かい合う平行加熱平板では、平板間距離を  $s$  として無次元距離  $S (S=s/h) > 0.2$  でほぼ両加熱平板間の影響は無いことを示している。したがって、図 3.1(a) ~ 3.1(c) のような LSI パッケージが筐体内部に複数個設置された場合、発熱体間の無次元距離  $S$  が 0.2 以上ならば発熱体が単独に設置されているものと考えられ、低グラスホフ数域における自然対流場からの除熱を考えた場合、無次元平板厚さ  $D$  を大きくとる方が熱除去を促進させるためには有利となる。

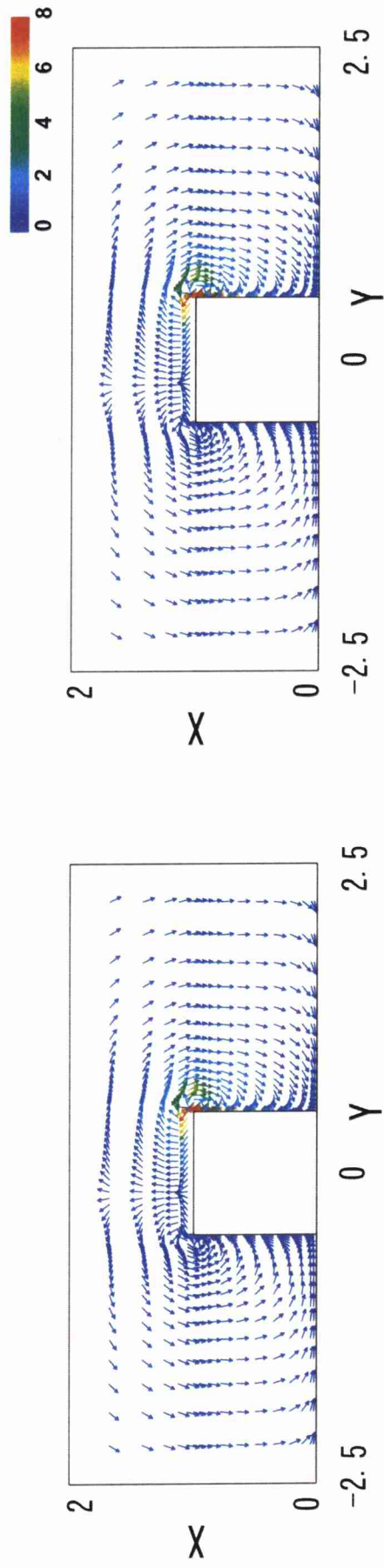
#### (2) $R < 0$ の場合

$R$  が負値となると、流れ場は  $0 < R < 1$  の場合と比較して全く異なる流れ場となる。低温壁では、下降・上昇するロールを生じ、高温側では上昇・下降するロールが発生し、逆方向の流れ場が観察される。この流れ場は、 $R$  と  $D$ 、 $Gr$  が小さくなると、二つの逆方向ロールが合流して一つの大きな対流場へと変化していく。



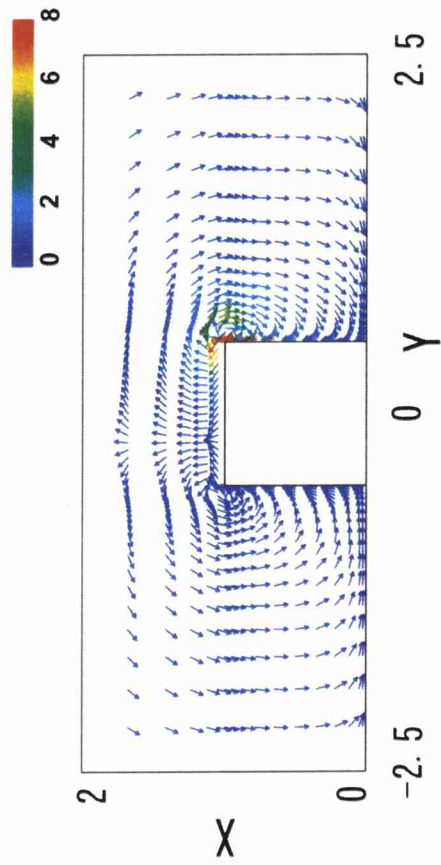


(a)  $Gr=1000, R=0.7$



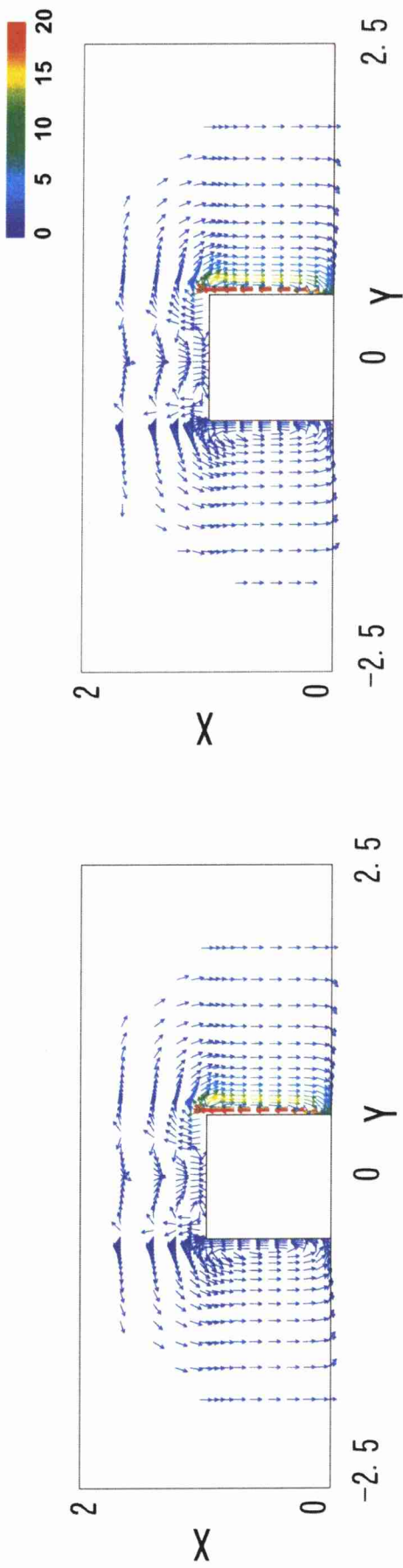
(b)  $Gr=1, R=0.7$

(c)  $Gr=1000, R=0.5$



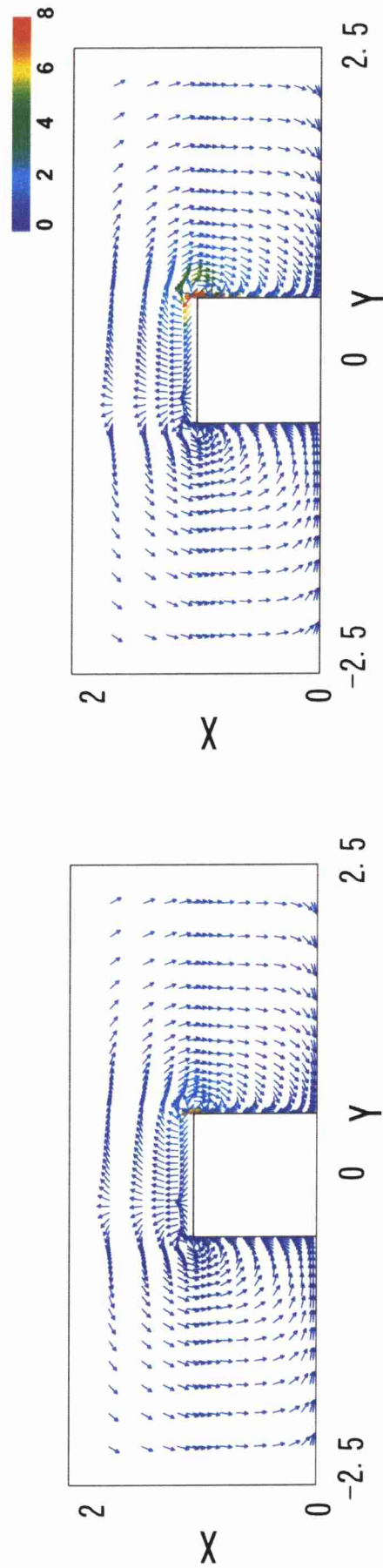
(d)  $Gr=1, R=0.5$

図 4.1 速度ベクトルの概略 (  $D=1$  )



(e)  $Gr=1000$ ,  $R=0.3$

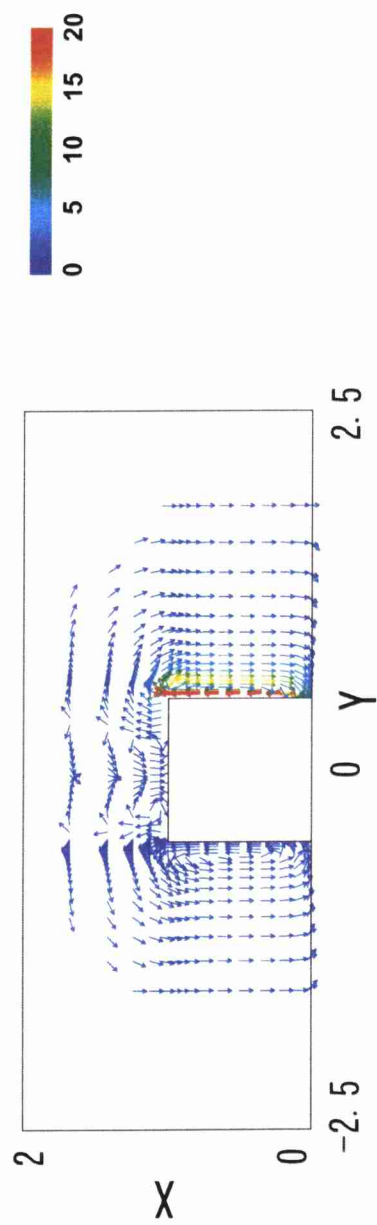
(g)  $Gr=1000$ ,  $R=0.1$



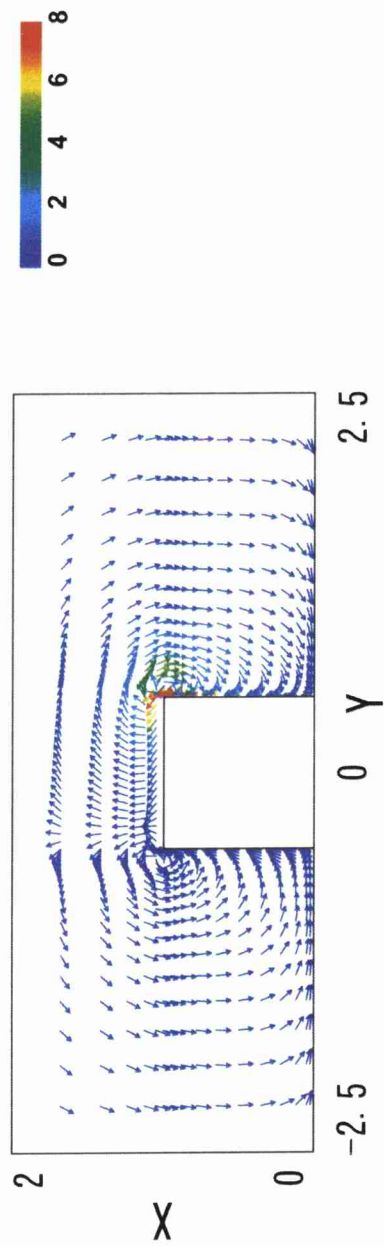
(f)  $Gr=1$ ,  $R=0.3$

(h)  $Gr=1$ ,  $R=0.1$

図 4.1 速度ベクトルの概略 (  $D=1$  )

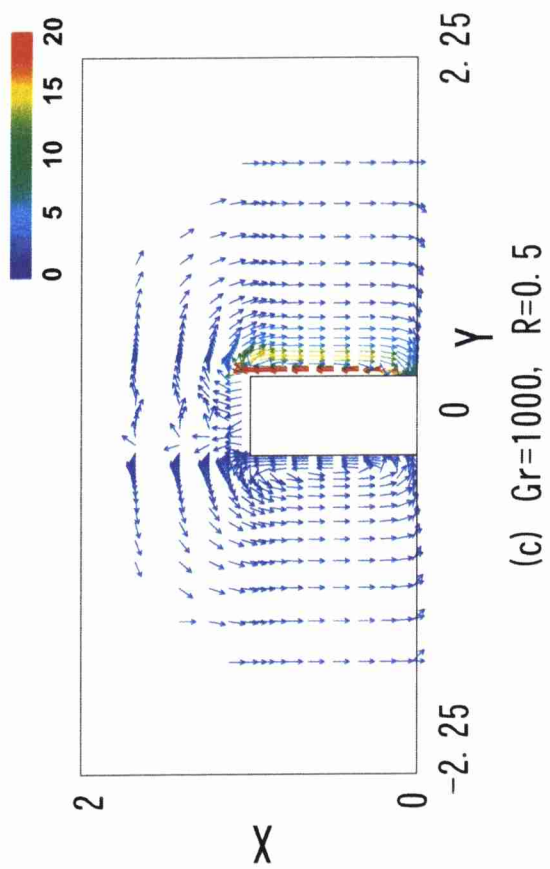


(i)  $Gr=1000$ ,  $R=0.05$

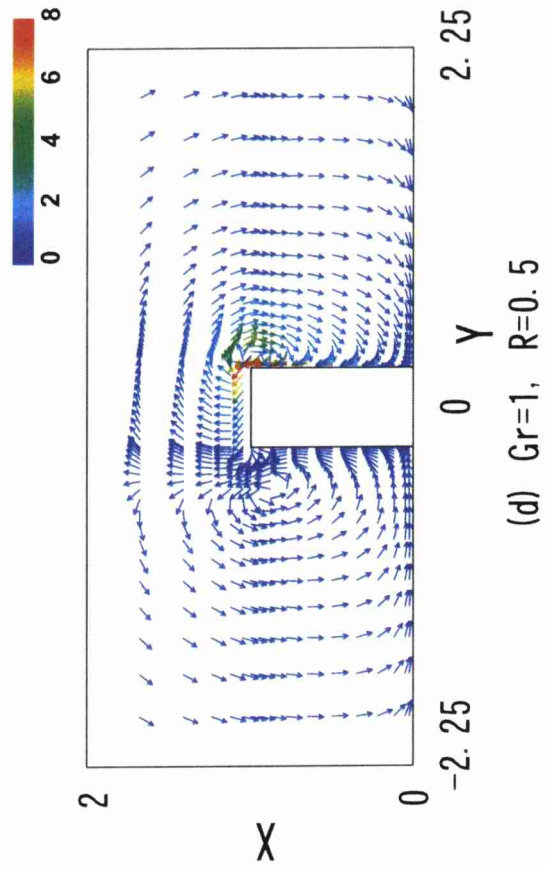


(j)  $Gr=1$ ,  $R=0.05$

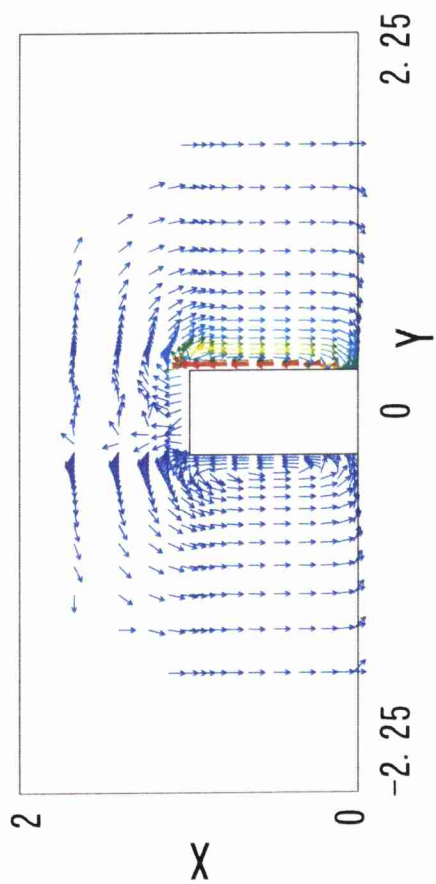
図 4.1 速度ベクトルの概略 (  $D=1$  )



(a)  $Gr=1000$ ,  $R=0.7$



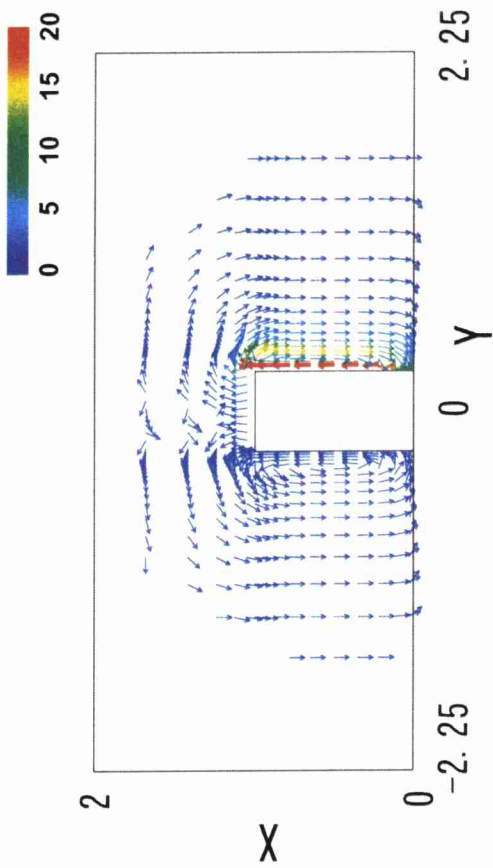
(d)  $Gr=1$ ,  $R=0.5$



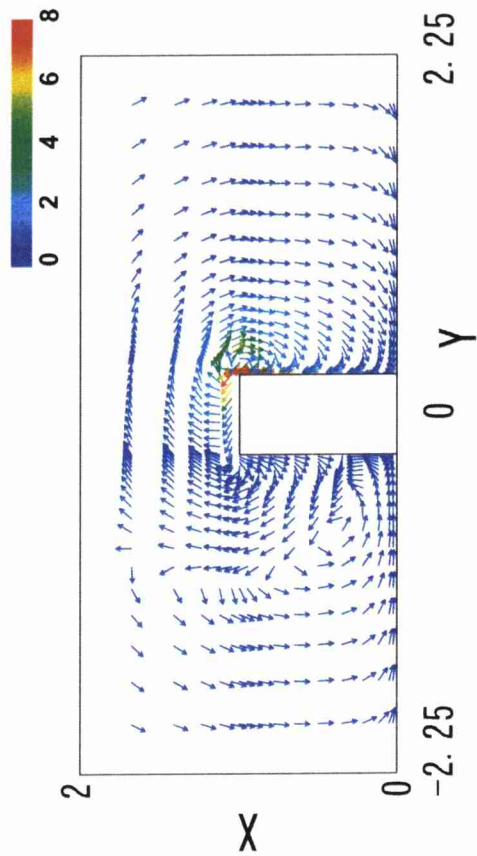
(b)  $Gr=1$ ,  $R=0.7$

図 4.2 速度ベクトルの概略 (  $D=0.5$  )

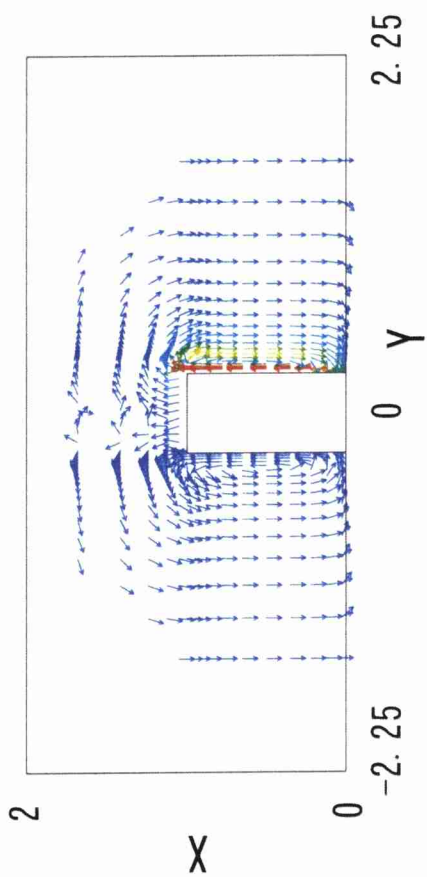




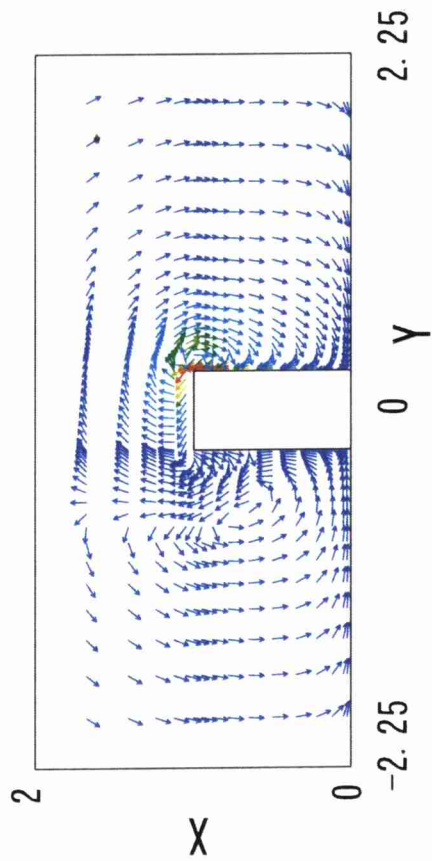
(g)  $Gr=1000$ ,  $R=0.1$



(h)  $Gr=1$ ,  $R=0.1$



(e)  $Gr=1000$ ,  $R=0.3$



(f)  $Gr=1$ ,  $R=0.3$

図 4.2 速度ベクトルの概略 (  $D=0.5$  )

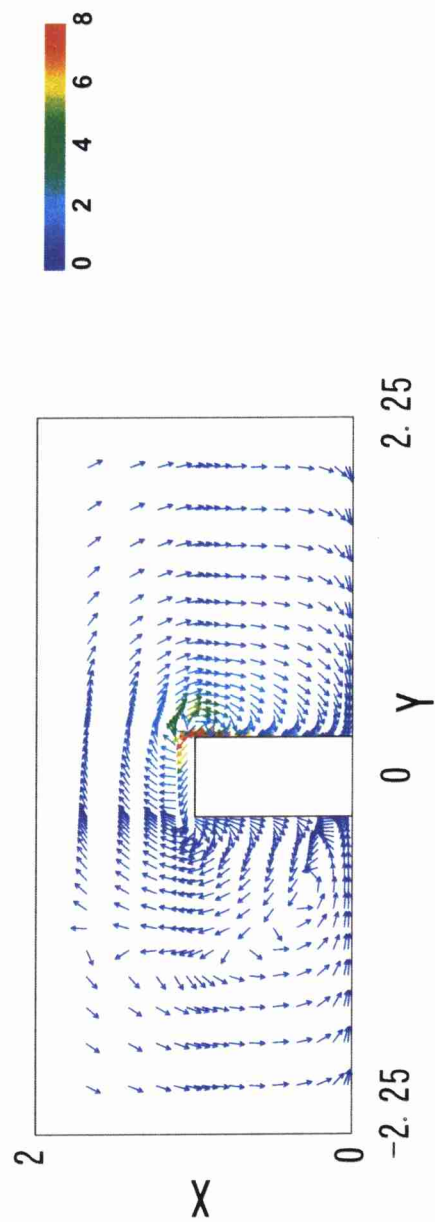
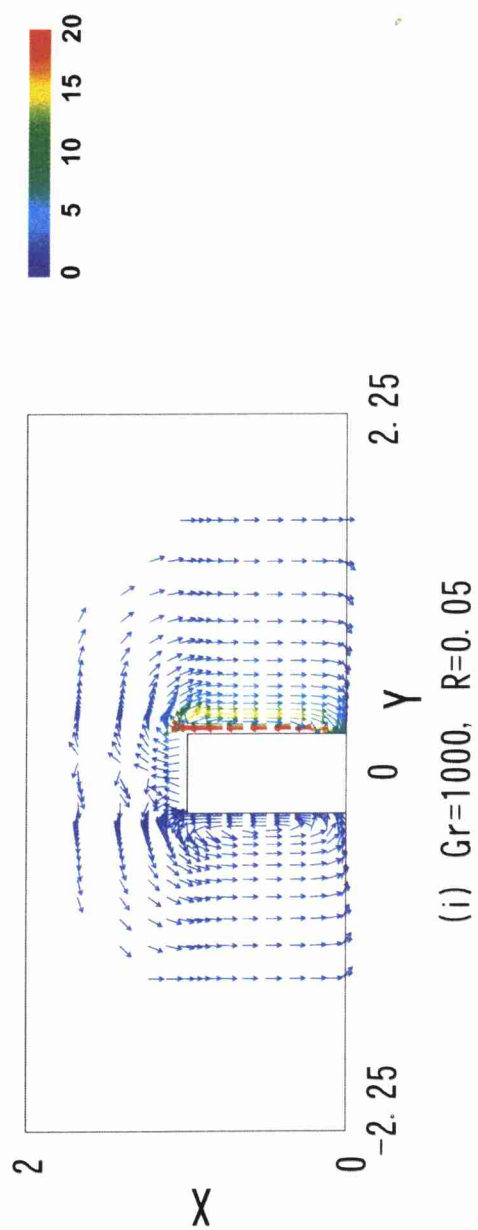
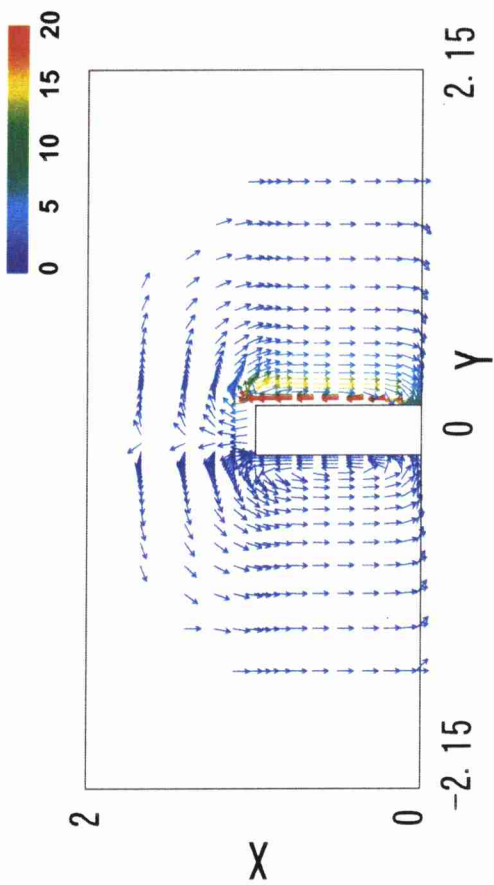
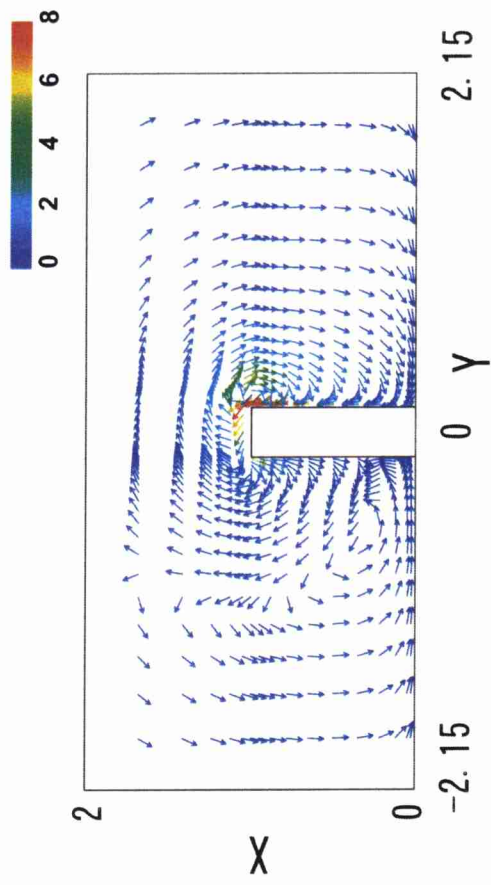


図 4. 2 速度ベクトルの概略 (  $D=0.5$  )



(a)  $Gr=1000$ ,  $R=0.7$

(c)  $Gr=1000$ ,  $R=0.5$



(b)  $Gr=1$ ,  $R=0.7$

(d)  $Gr=1$ ,  $R=0.5$

図 4.3 速度ベクトルの概略 (  $D=0.3$  )

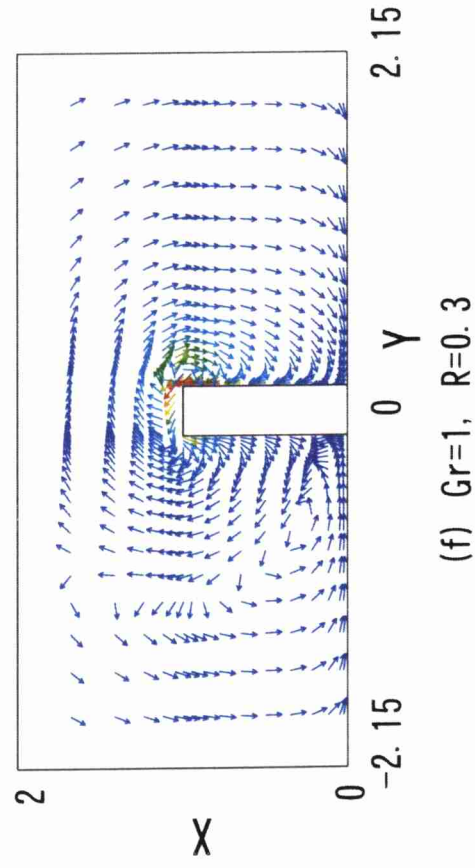
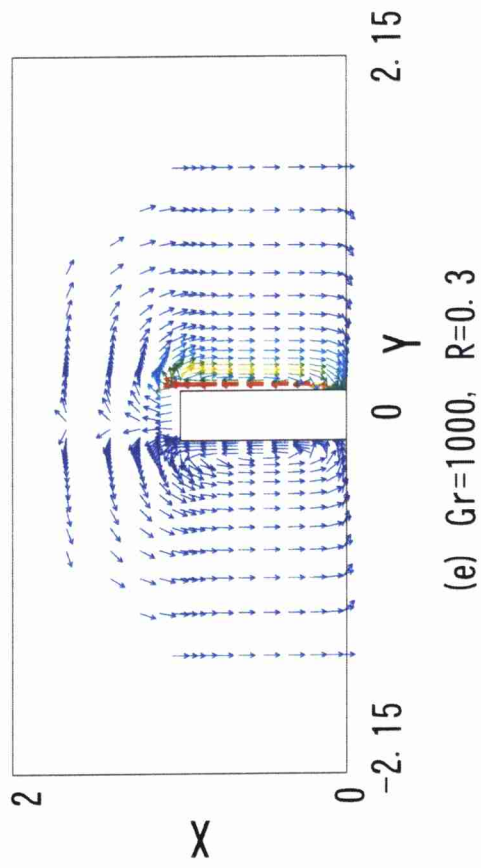
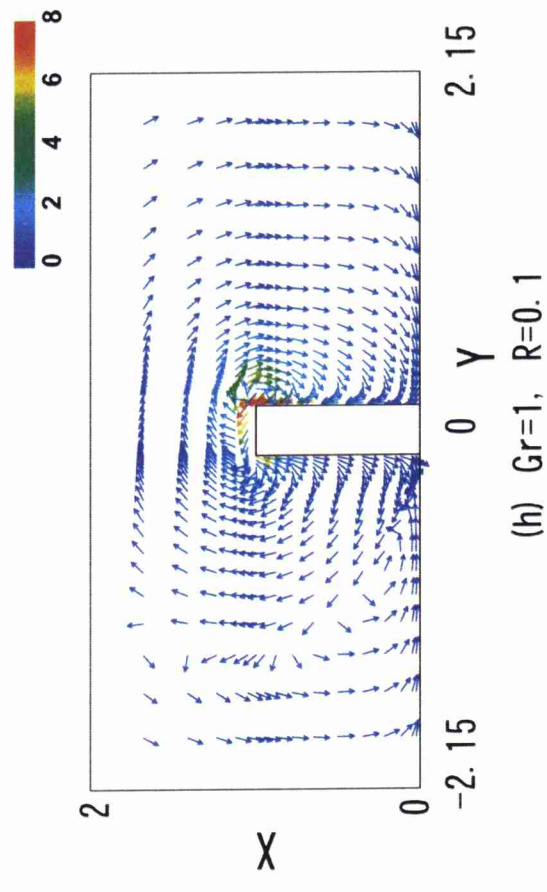
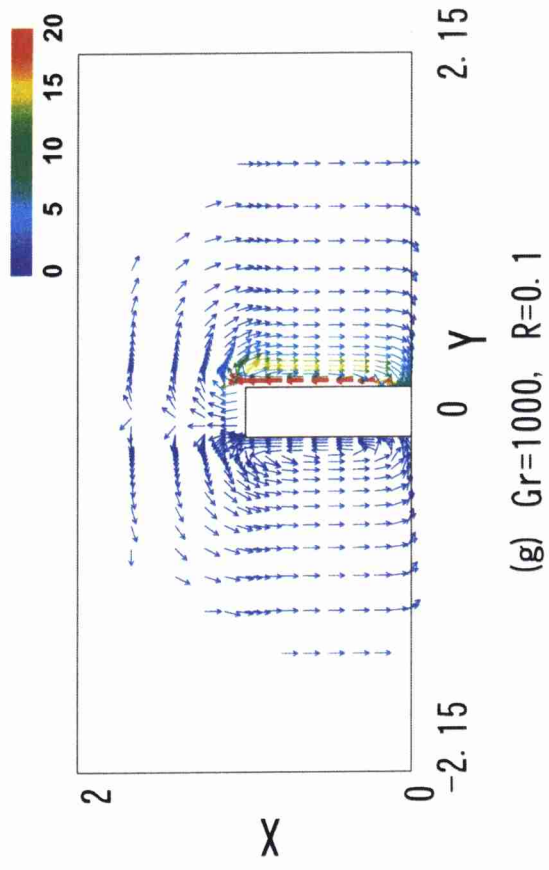
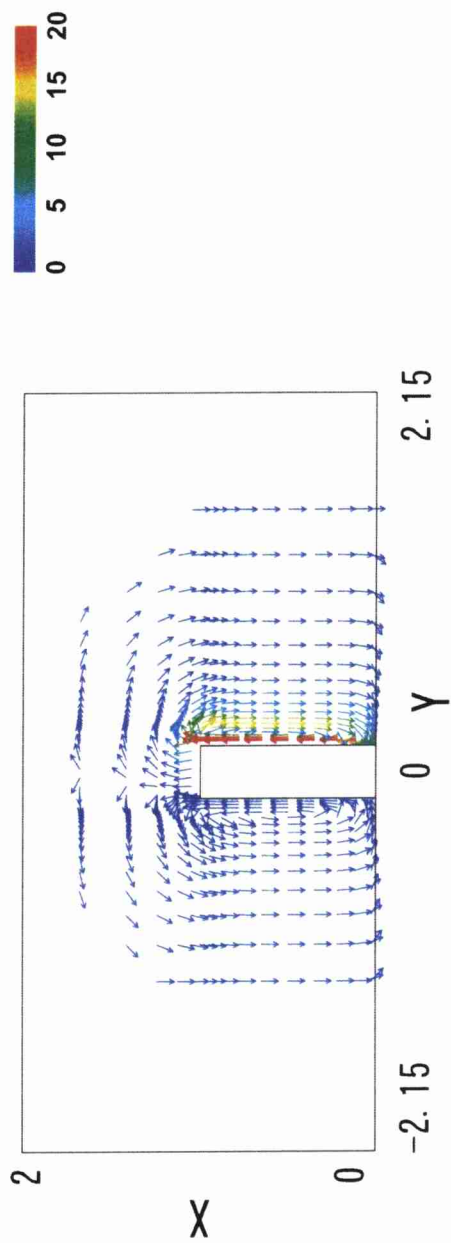
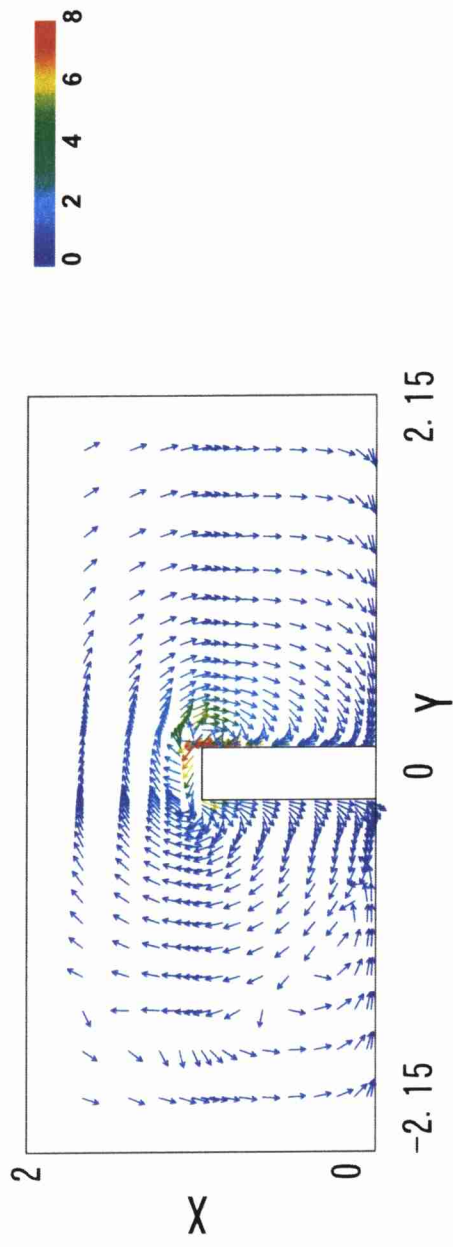


図 4.3 速度ベクトルの概略 (  $D=0.3$  )



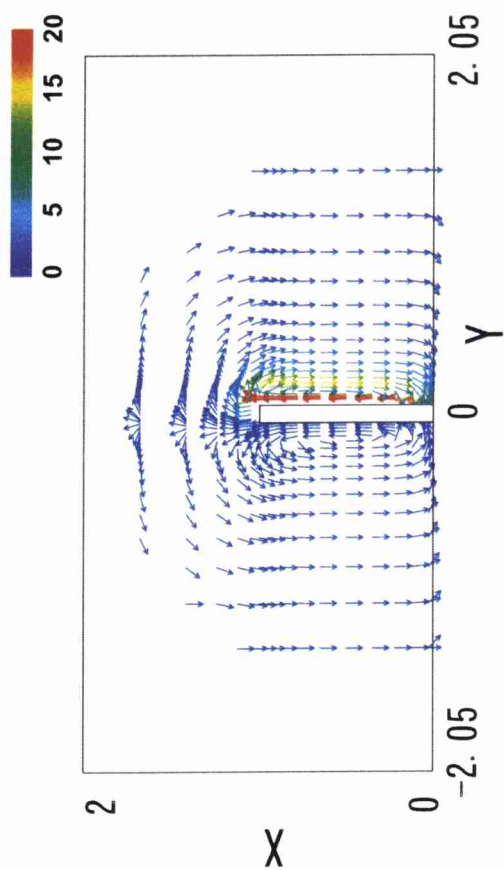


(i)  $Gr=1000$ ,  $R=0.05$



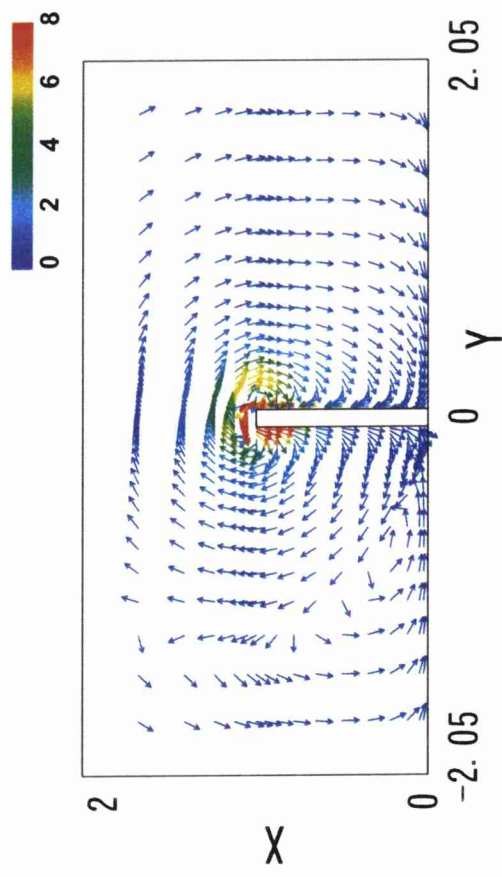
(j)  $Gr=1$ ,  $R=0.05$

図 4.3 速度ベクトルの概略 (  $D=0.3$  )



(a)  $Gr=1000$ ,  $R=0.7$

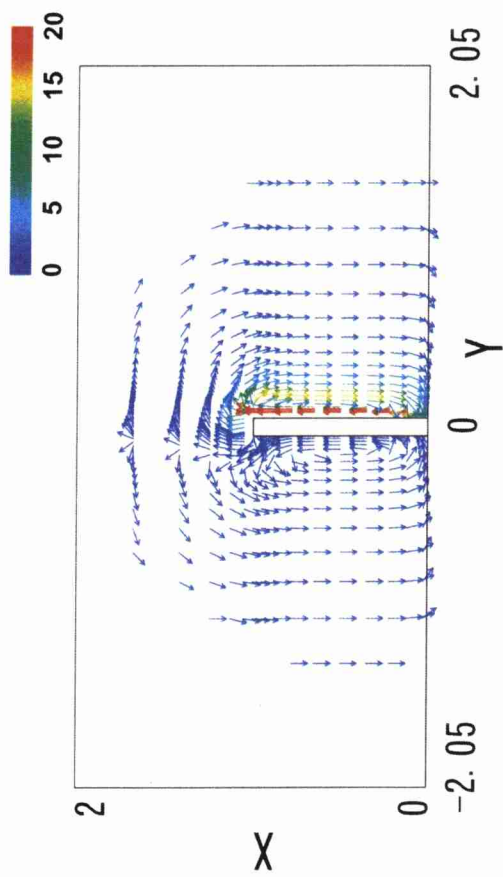
(c)  $Gr=1000$ ,  $R=0.5$



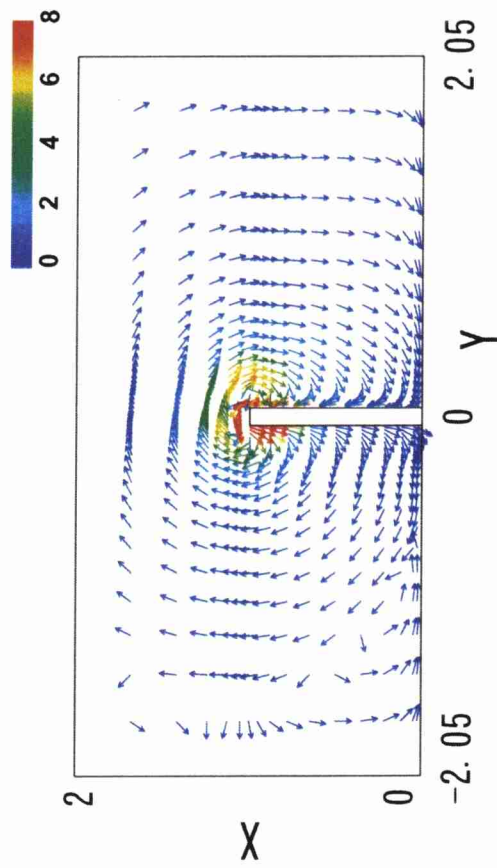
(b)  $Gr=1$ ,  $R=0.7$

(d)  $Gr=1$ ,  $R=0.5$

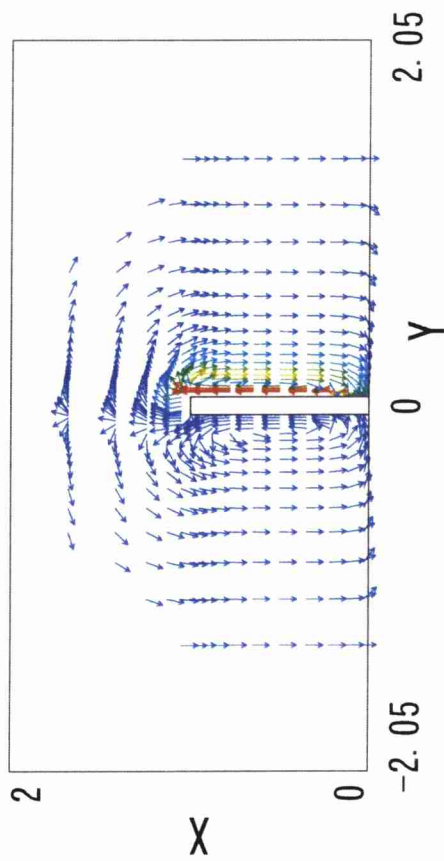
図 4.4 速度ベクトルの概略 (  $D=0.1$  )



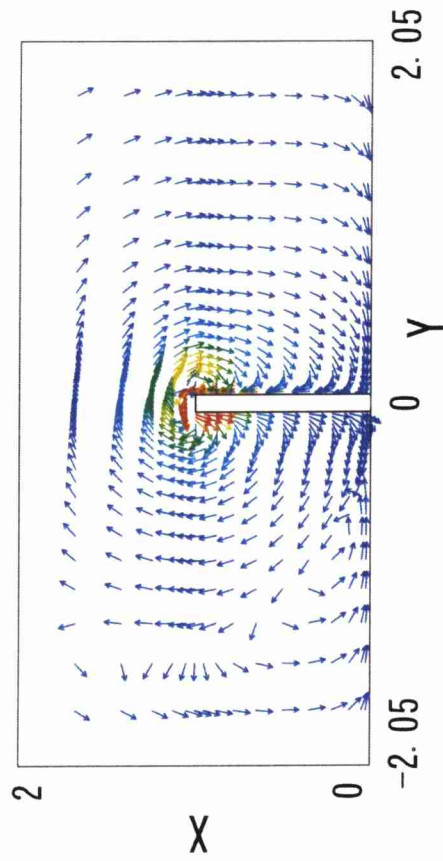
(g)  $Gr=1000$ ,  $R=0.1$



(h)  $Gr=1$ ,  $R=0.1$

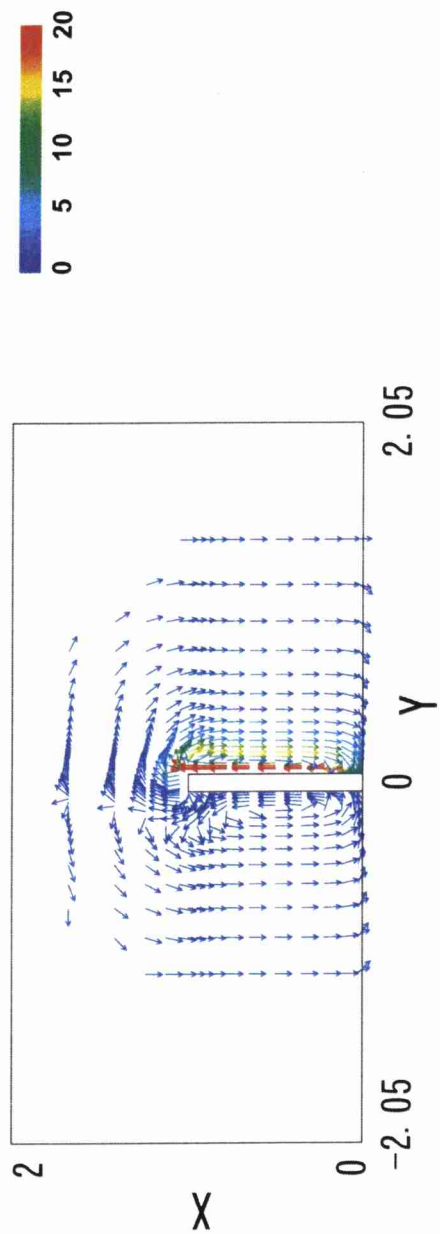


(e)  $Gr=1000$ ,  $R=0.3$

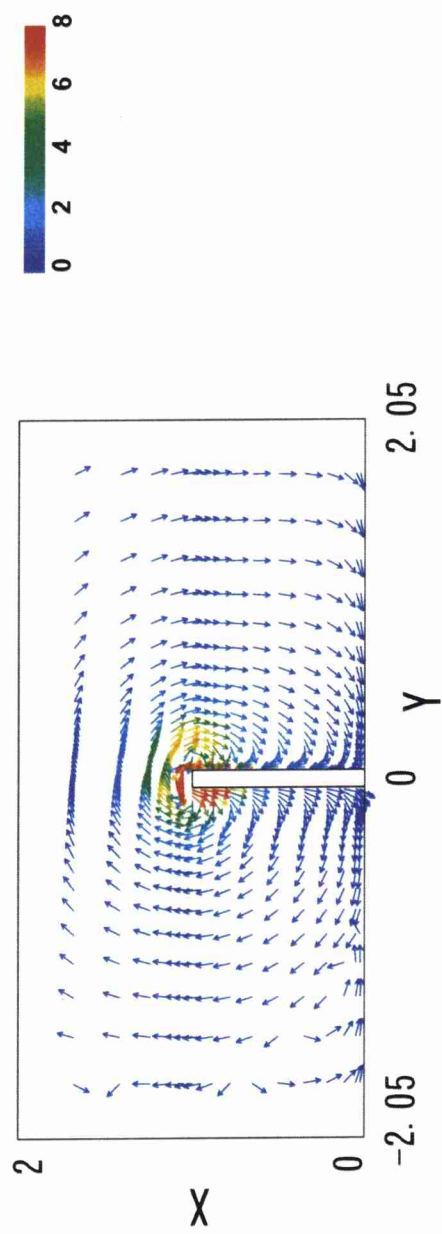


(f)  $Gr=1$ ,  $R=0.3$

図 4.4 速度ベクトルの概略 (  $D=0.1$  )

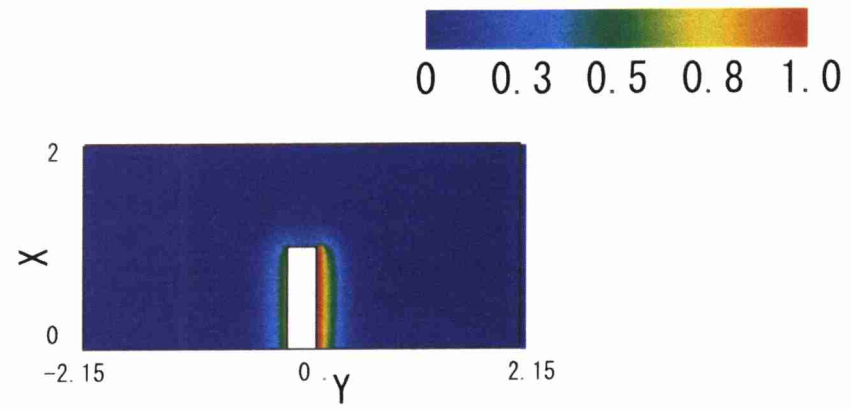


(i)  $Gr=1000$ ,  $R=0.05$

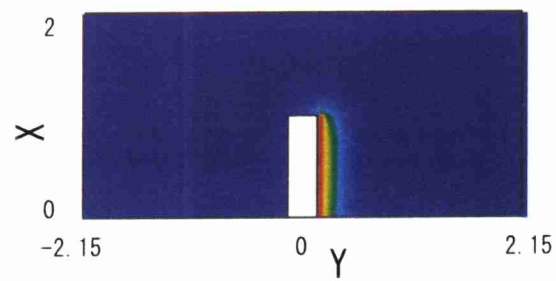


(j)  $Gr=1$ ,  $R=0.05$

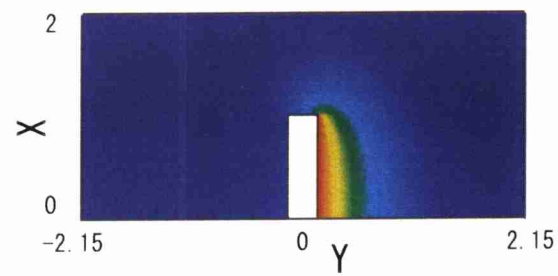
図 4. 4 速度ベクトルの概略 (  $D=0.1$  )



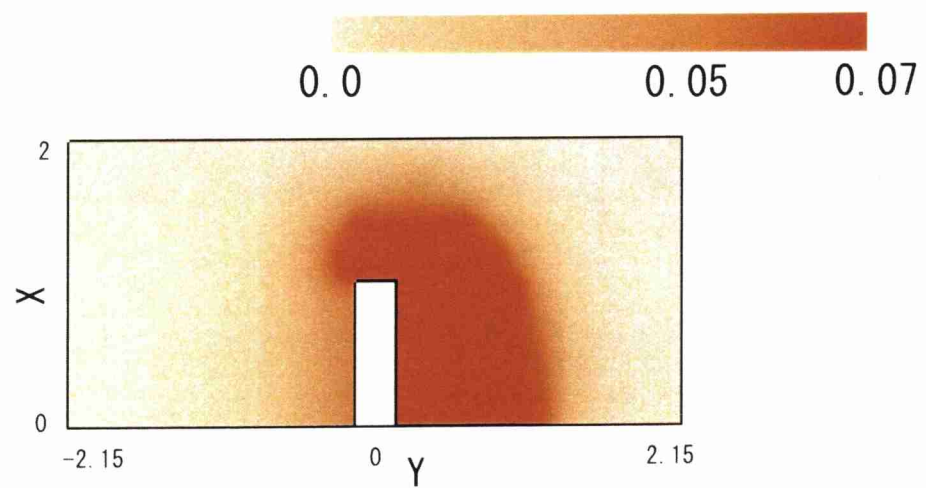
(a)  $Gr=1000$ ,  $R=0.7$



(b)  $Gr=1000$ ,  $R=0.05$



(c)  $Gr=1$ ,  $R=0.05$



(d)  $Gr=1$ ,  $R=0.05$

図 4.5 平板周囲の温度分布 (  $D=0.3$  )

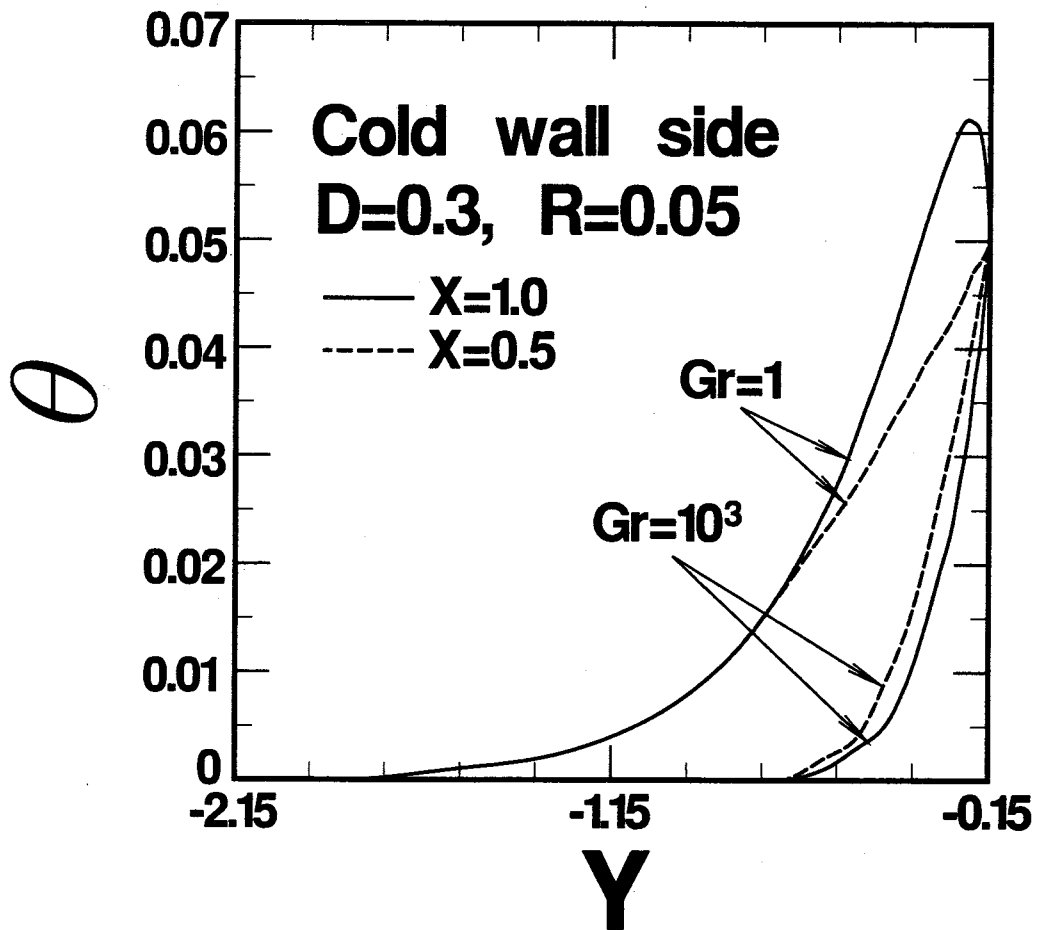
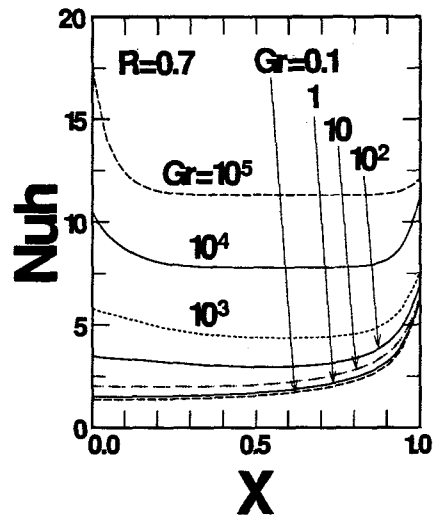
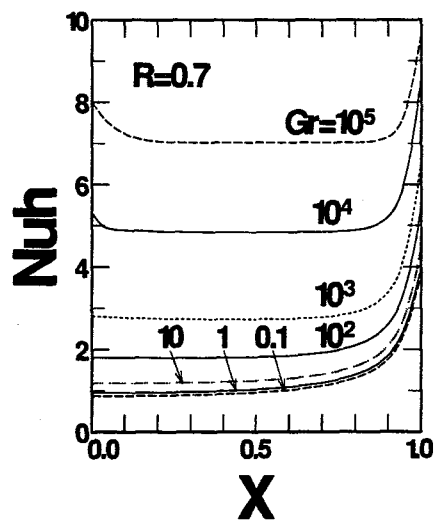


図 4.6 低温壁上端部と中央部の温度分布比較

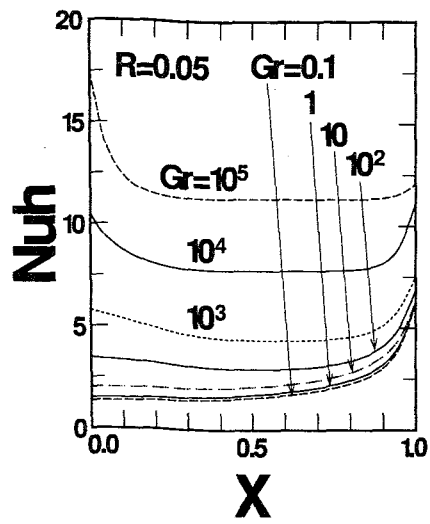


(a) 高温壁

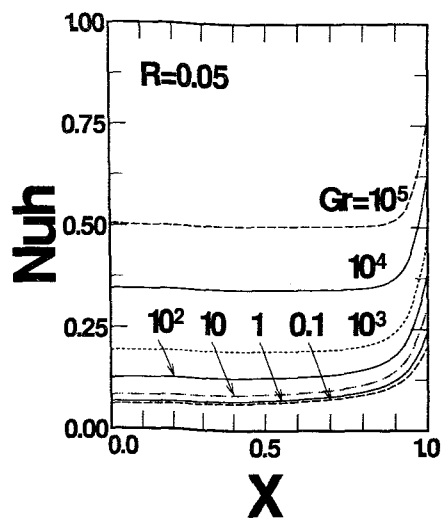


(b) 低温壁

図 4.7 局所ヌッセルト数分布 (  $D=1, R=0.7$  )



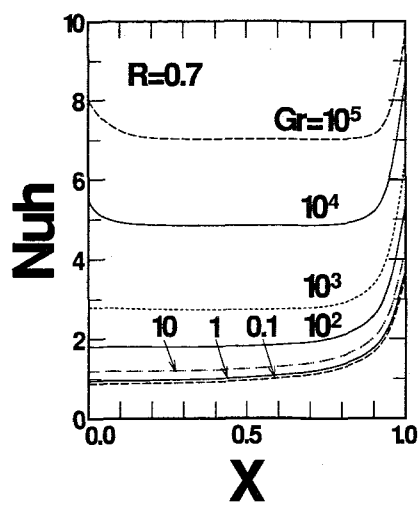
(a) 高温壁



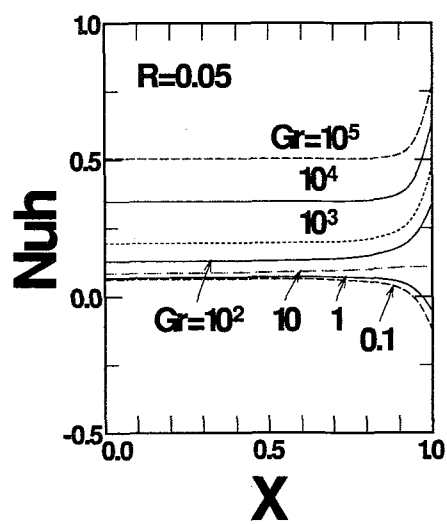
(b) 低温壁

図 4.8 局所ヌッセルト数分布 (  $D=1, R=0.05$  )



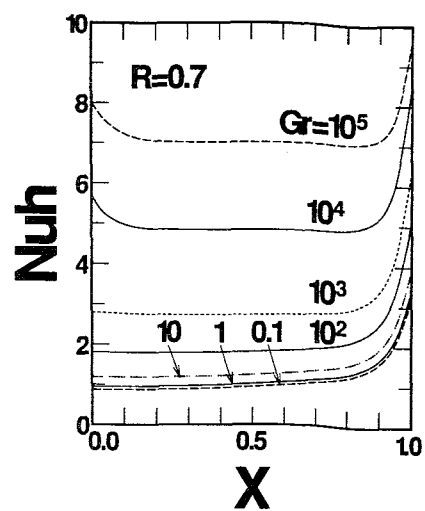


(a) 低温壁 (  $R=0.7$  )

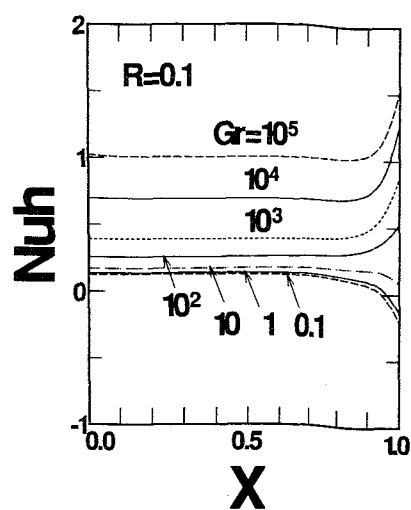


(b) 低温壁 (  $R=0.05$  )

図 4.9 局所ヌッセルト数分布 (  $D=0.5$  )

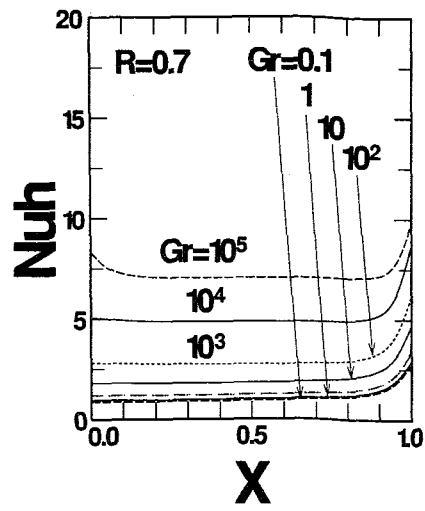


(c) 低温壁 (  $R=0.7$  )

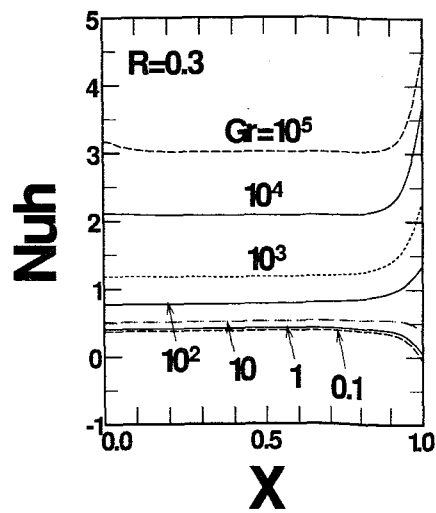


(d) 低温壁 (  $R=0.1$  )

図 4.9 局所ヌッセルト数分布 (  $D=0.3$  )

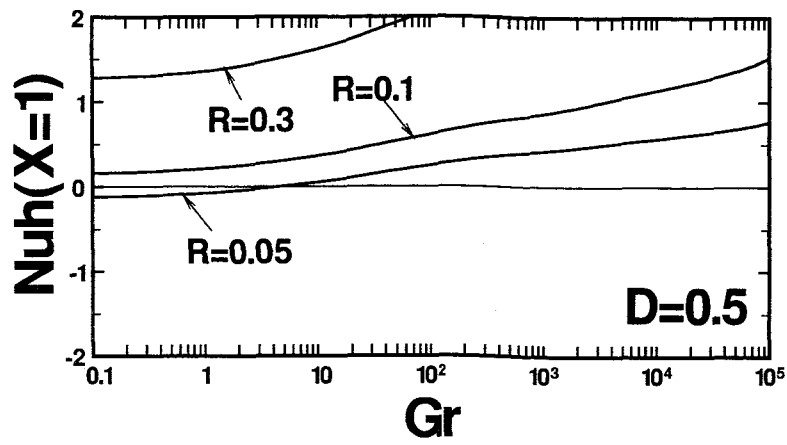


(e) 低温壁 (  $R=0.7$  )

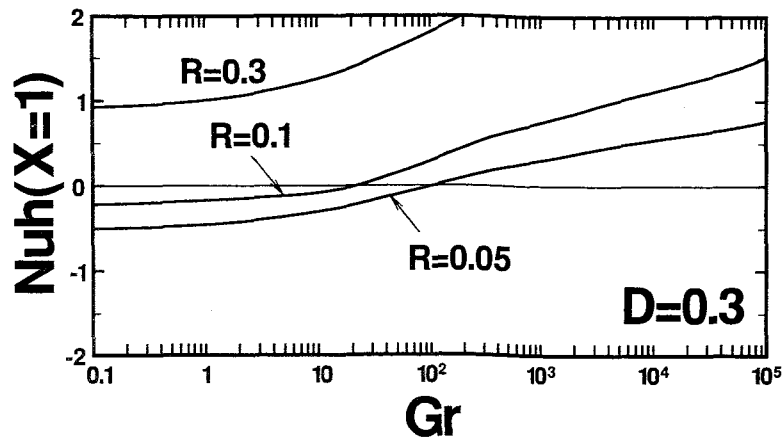


(f) 低温壁 (  $R=0.3$  )

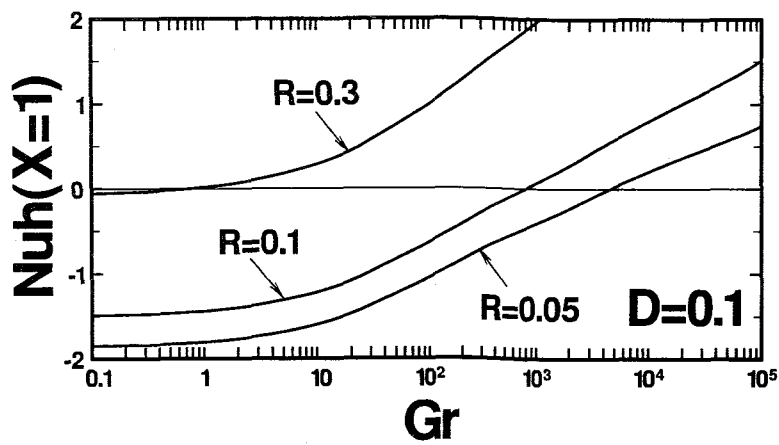
図 4.9 局所ヌッセルト数分布 (  $D=0.1$  )



(a)  $D=0.5$

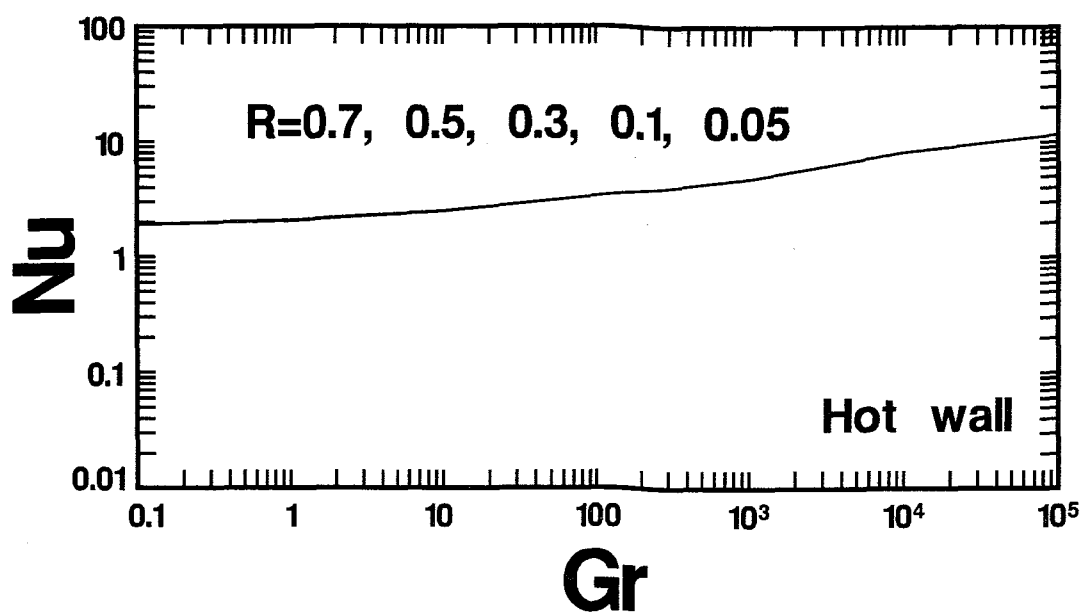


(b)  $D=0.3$

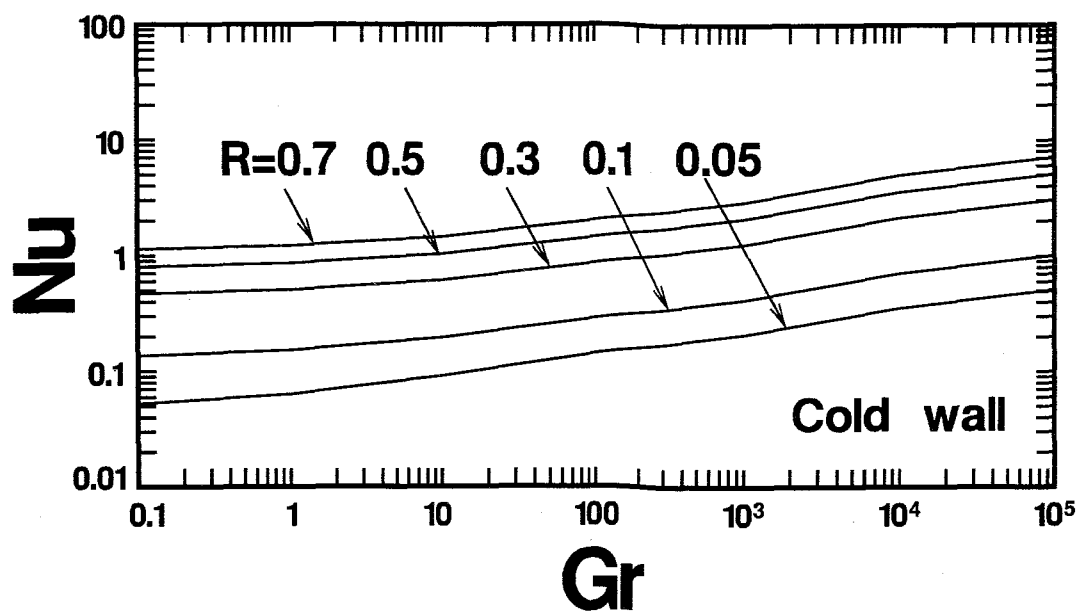


(c)  $D=0.1$

図 4.10 平板上端部における吸熱現象 (低温壁)

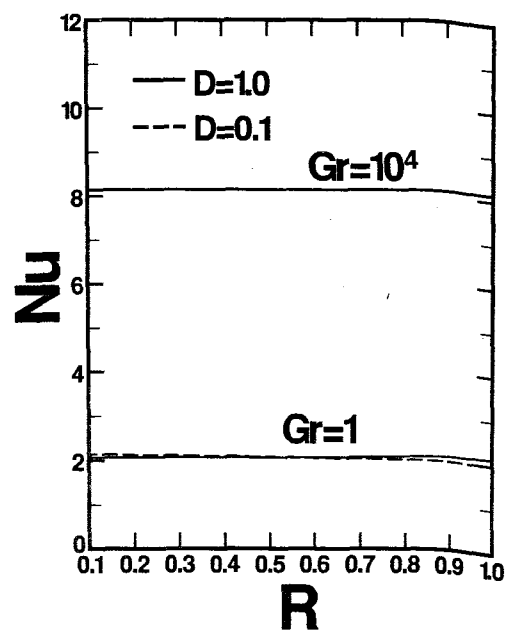


(a) 高温壁

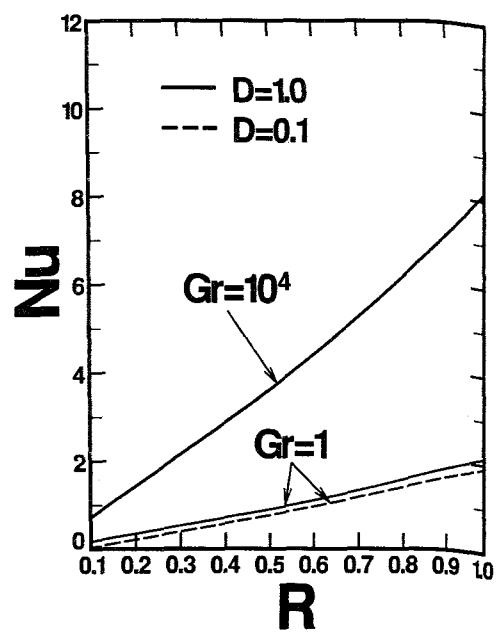


(b) 低温壁

図 4.11 平均ヌッセルト数分布 (  $D=0.5$  )

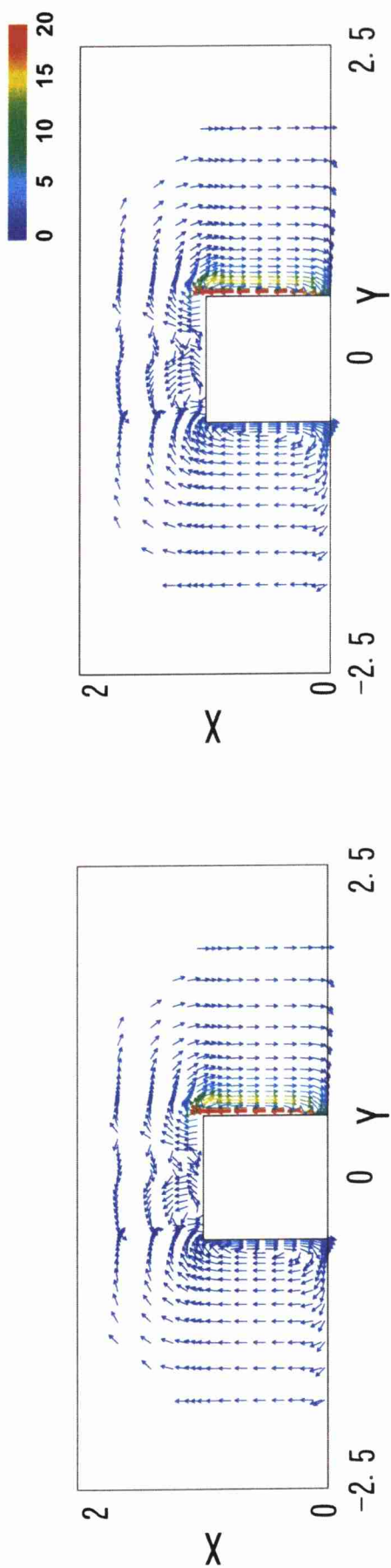


(a) 高温壁

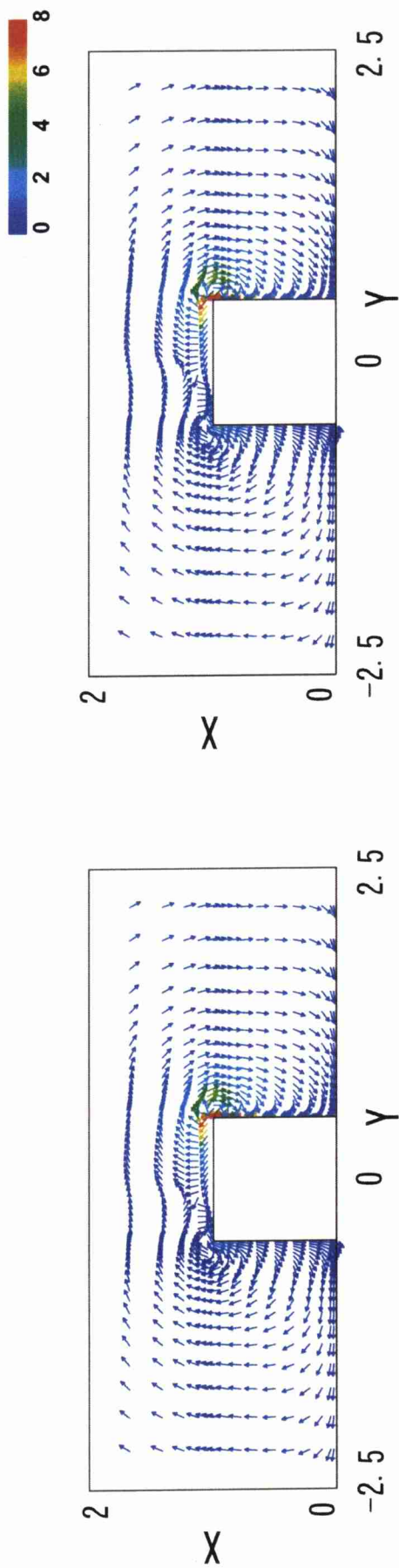


(b) 低温壁

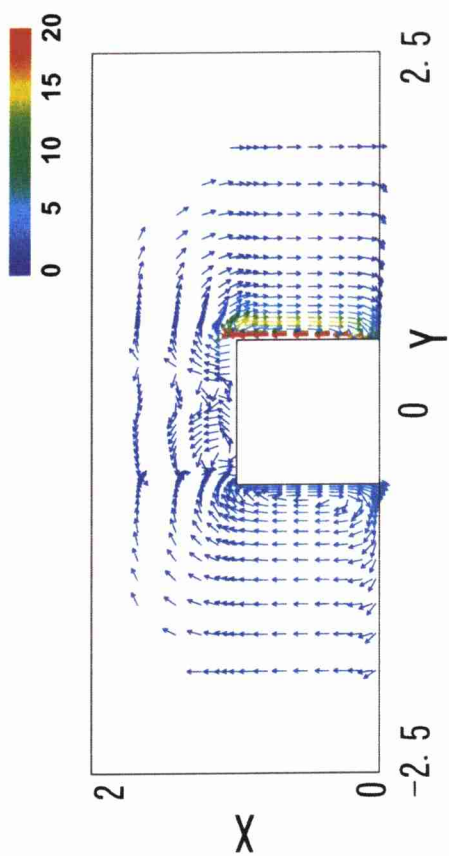
図 4.12 平均ヌッセルト数と温度比との関係



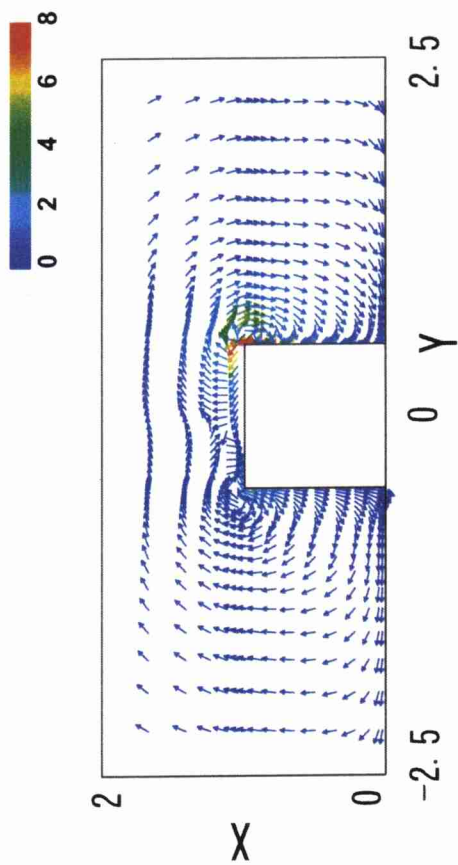
(a)  $Gr=1000$ ,  $R=-1$



(b)  $Gr=1$ ,  $R=-1$

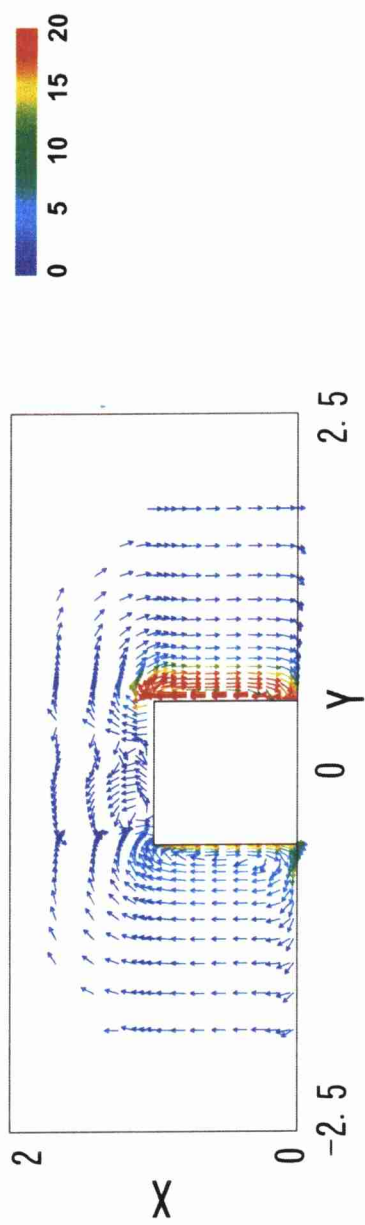


(c)  $Gr=1000$ ,  $R=-2$

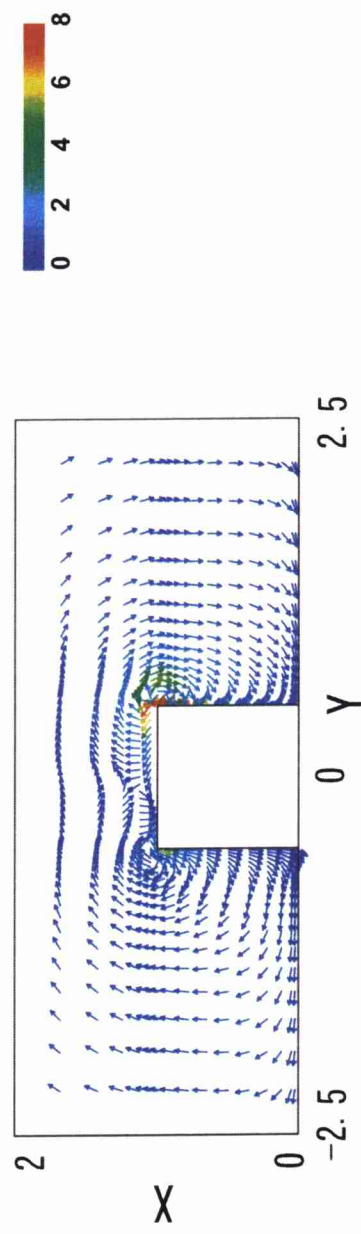


(d)  $Gr=1$ ,  $R=-2$

図 4.13 速度ベクトルの概略 (  $D=1$  )



(e)  $Gr=1000$ ,  $R=-3$



(f)  $Gr=1$ ,  $R=-3$

図 4.13 速度ベクトルの概略 (  $D=1$  )



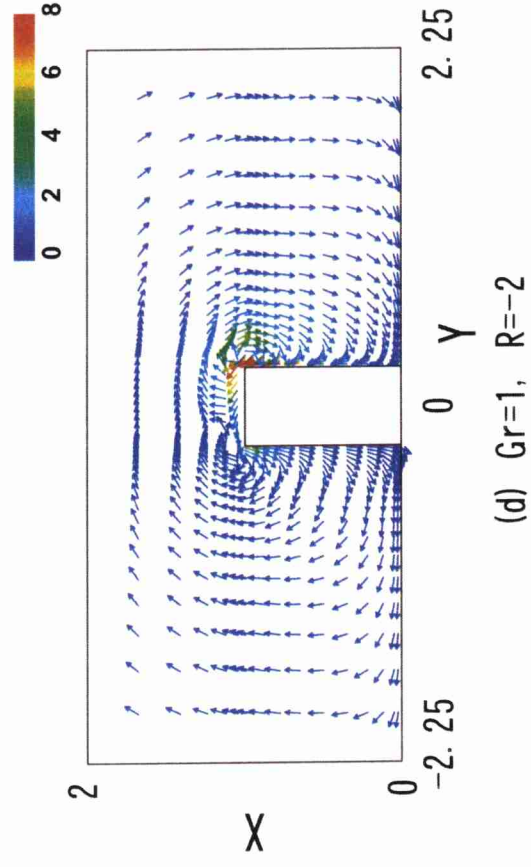
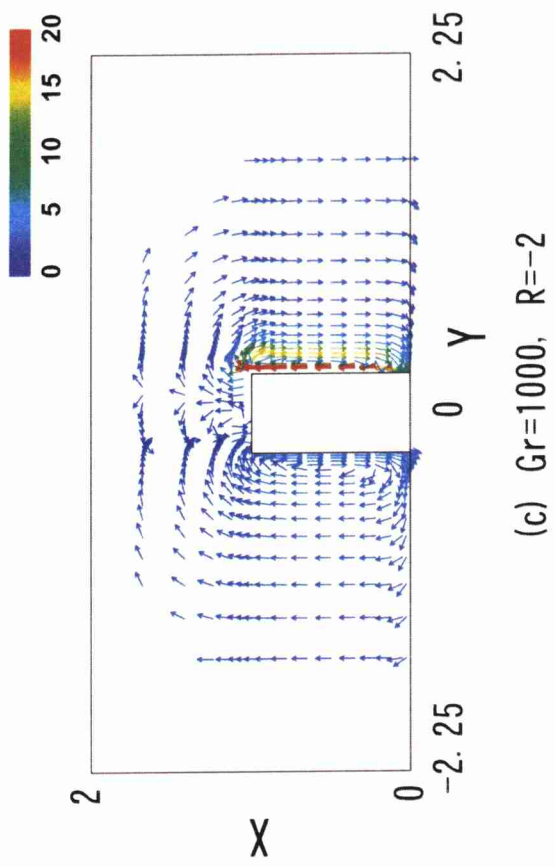
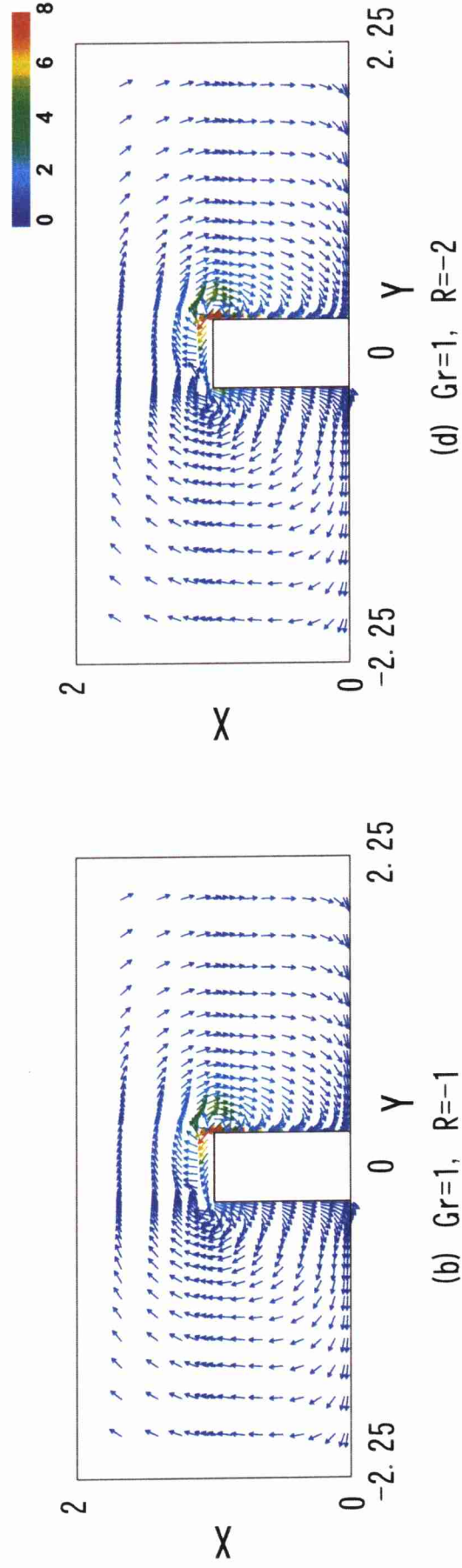
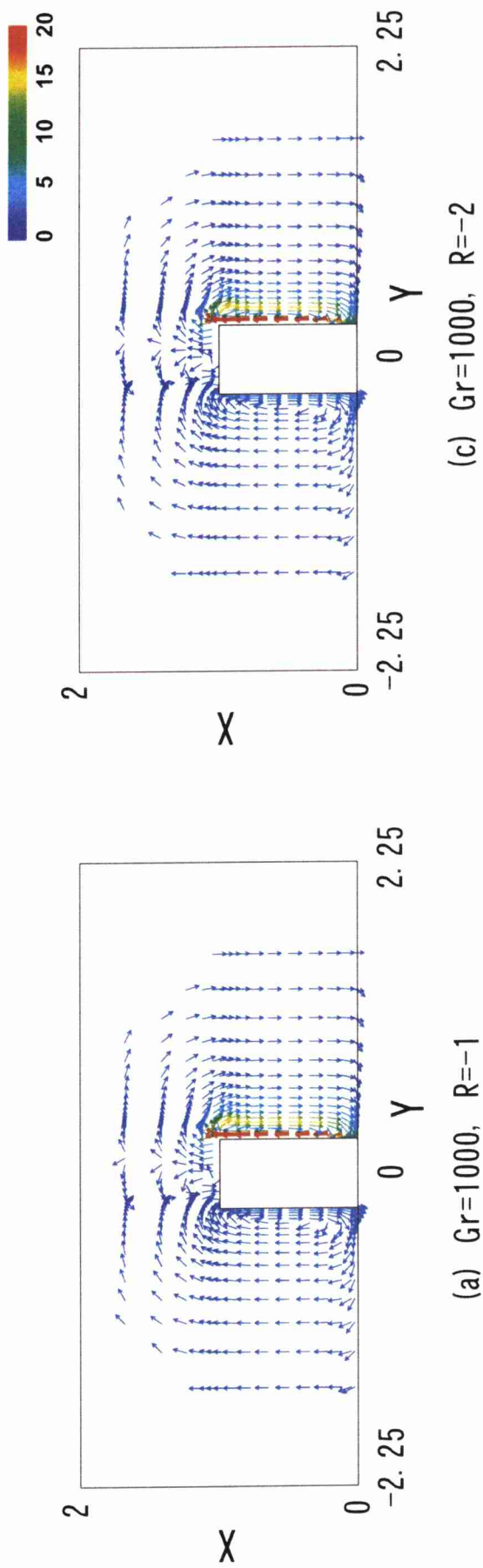
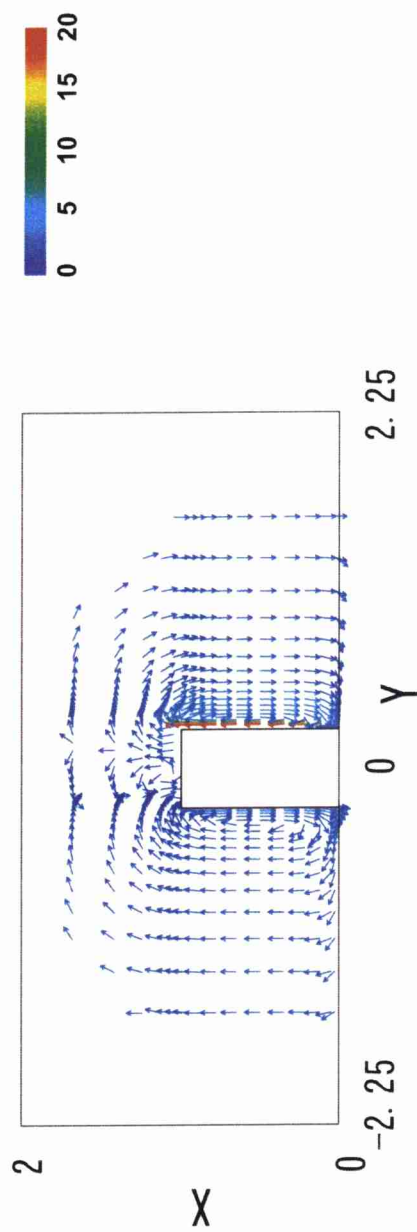
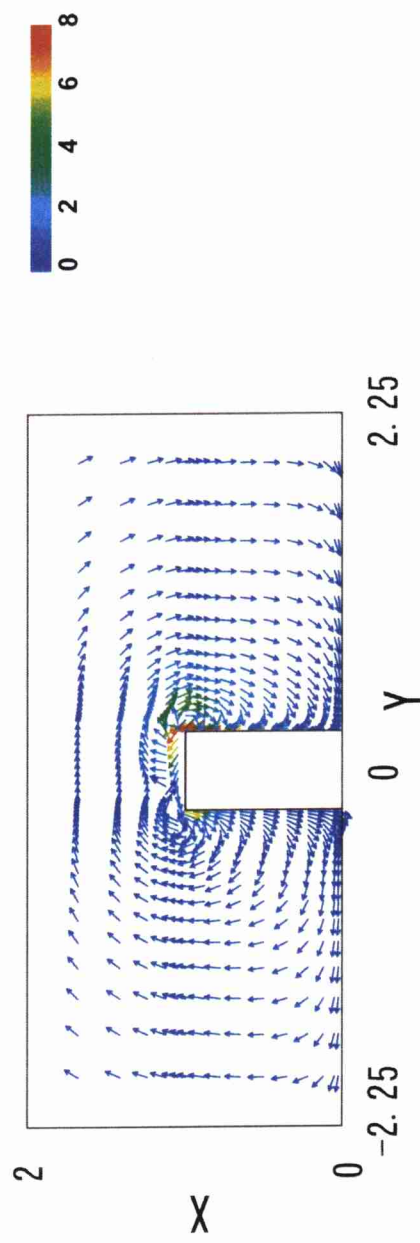


図4.14 速度ベクトルの概略 (  $D=0.5$  )

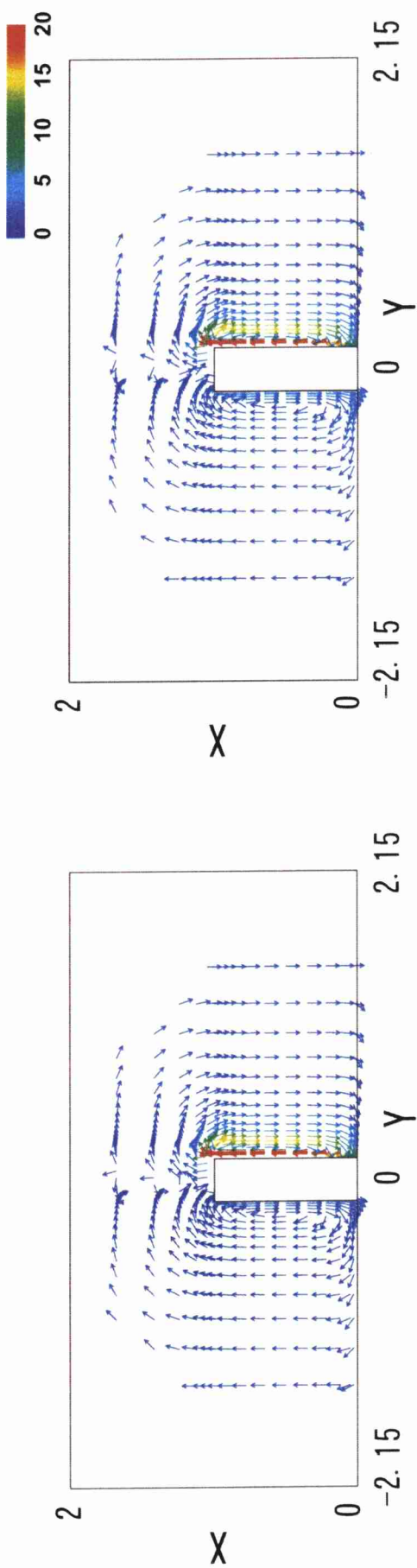


(e)  $Gr=1000$ ,  $R=-3$



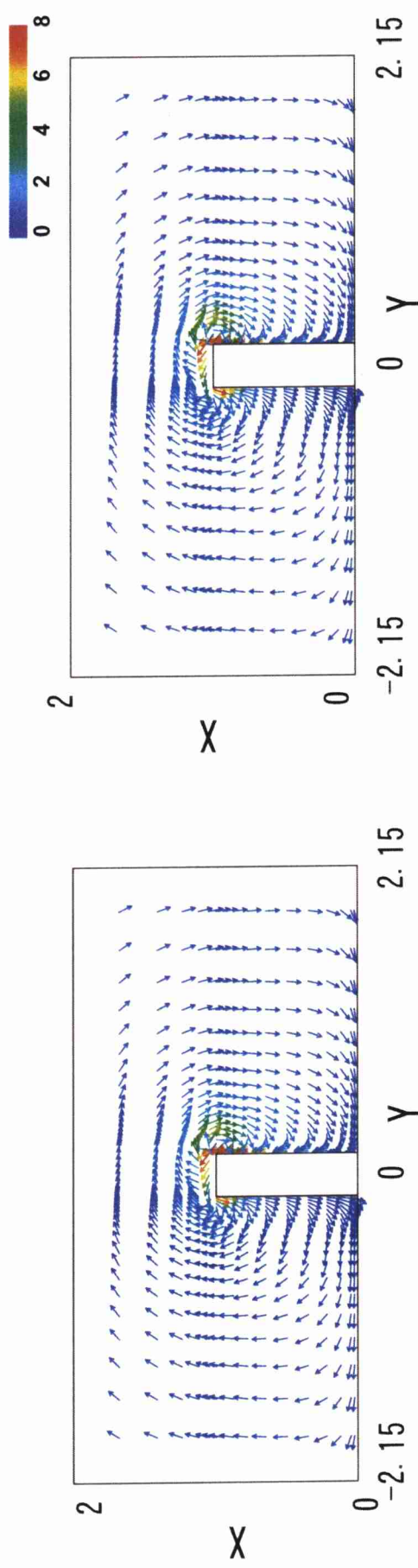
(f)  $Gr=1$ ,  $R=-3$

図4.14 速度ベクトルの概略 (  $D=0.5$  )



(a)  $Gr=1000$ ,  $R=-1$

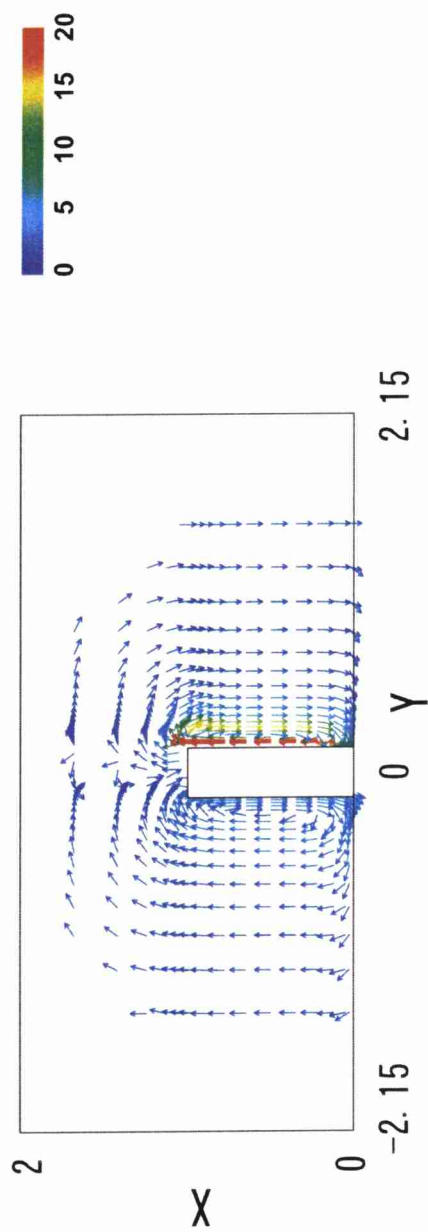
(c)  $Gr=1000$ ,  $R=-2$



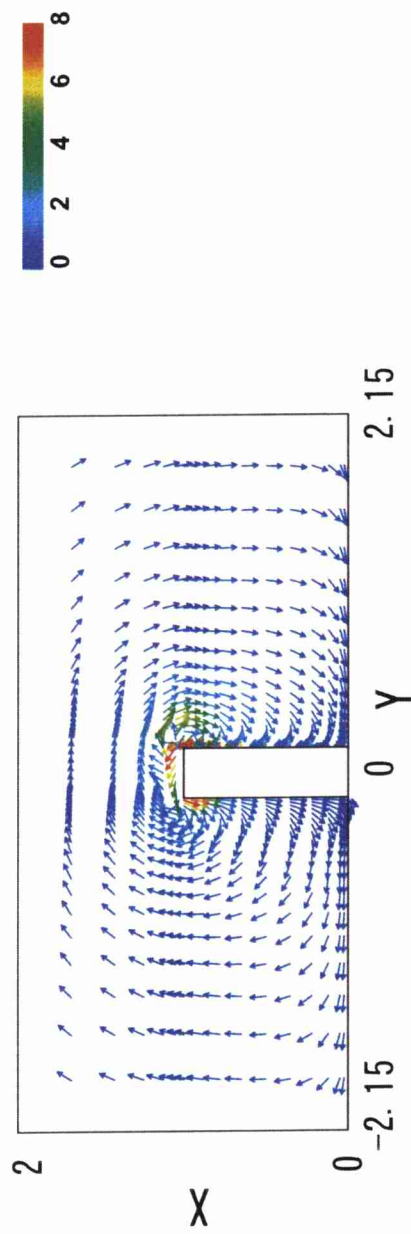
(b)  $Gr=1$ ,  $R=-1$

(d)  $Gr=1$ ,  $R=-2$

図4.15 速度ベクトルの概略 (  $D=0.3$  )



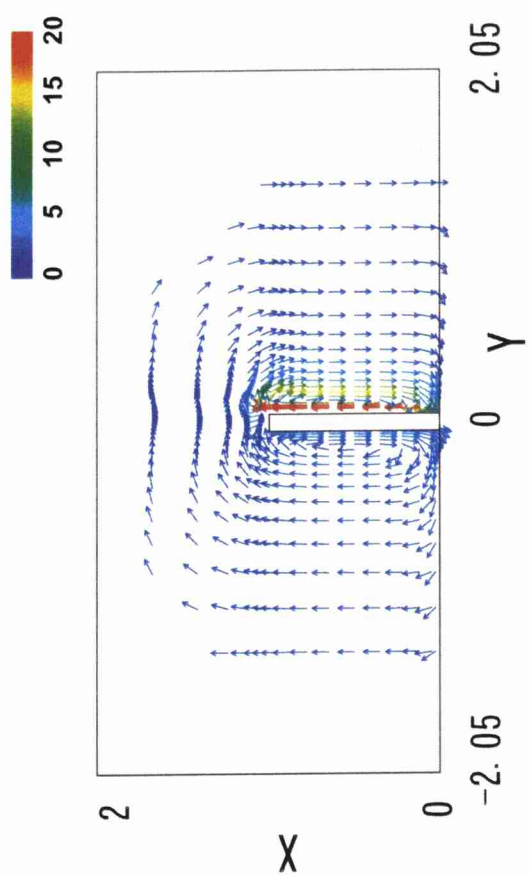
(e)  $Gr=1000$ ,  $R=-3$



(f)  $Gr=1$ ,  $R=-3$

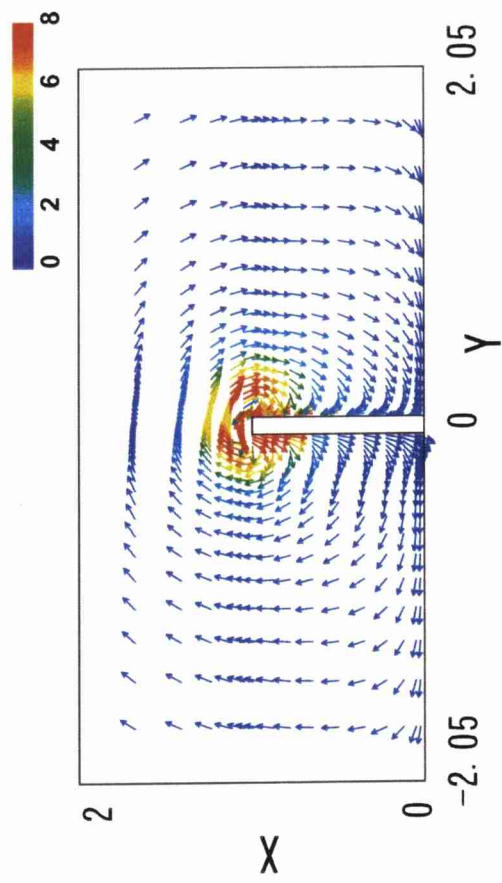
図4.15 速度ベクトルの概略 (  $D=0.3$  )





(a)  $Gr=1000, R=-1$

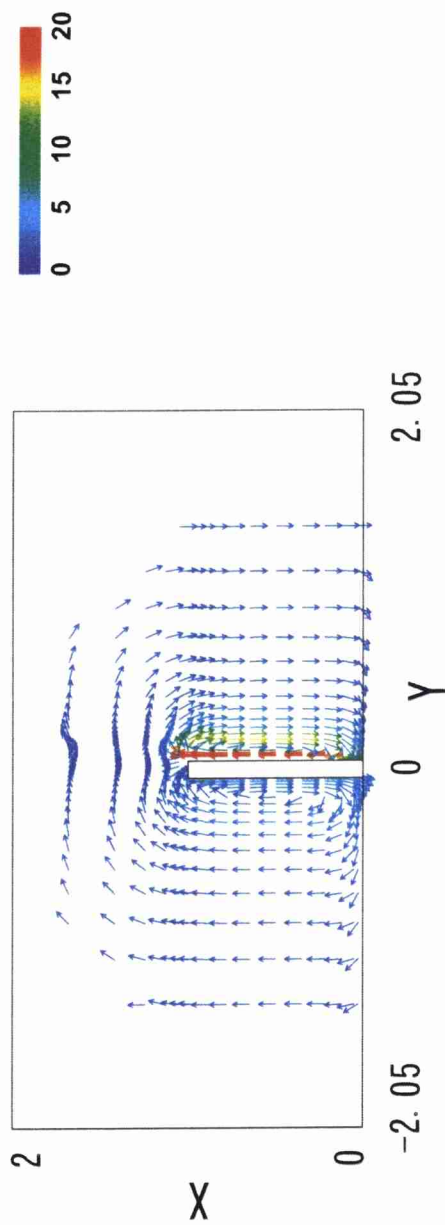
(c)  $Gr=1000, R=-2$



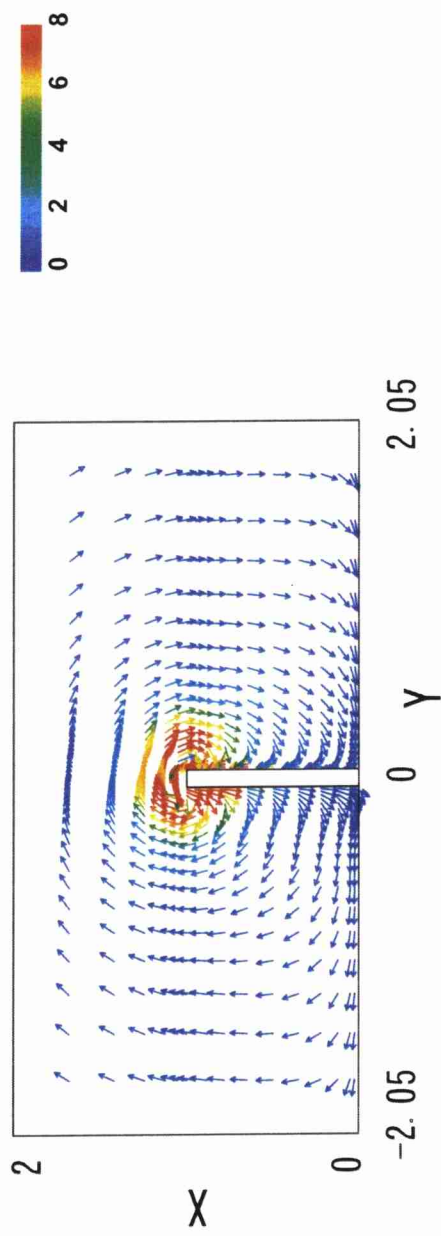
(b)  $Gr=1, R=-1$

(d)  $Gr=1, R=-2$

図4.16 速度ベクトルの概略 (  $D=0.1$  )



(e)  $Gr=1000$ ,  $R=-3$



(f)  $Gr=1$ ,  $R=-3$

図4.16 速度ベクトルの概略 (  $D=0.1$  )

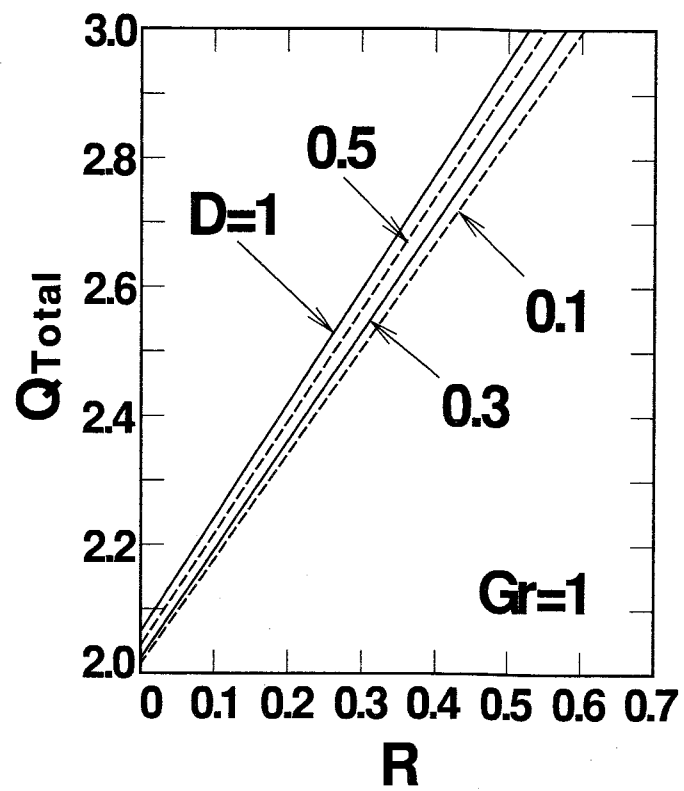


図 4.17 無次元発熱量  $Q_{Total}$  と温度比  $R$  との関係 (  $Gr=1$  )

## 第5章 結 論

本研究は、低グラスホフ数域における垂直加熱平板周囲の障害物（床と天井）が自然対流場へ与える影響に関し、実験と数値解析を行い、その影響を詳細に調べ、さらに、断熱床上に設置された厚さを有する垂直加熱平板に関し数値解析を行い、平板厚さが自然対流場へ与える影響と両壁間に温度差がある場合の自然対流場の干渉現象の流れ場、熱伝達特性を詳細に調べたものである。

第1章「緒論」では、本研究の背景とその意義が述べられ、次に、無限流体中へ設置された半無限平板の自然対流熱伝達に関する従来の研究の概観を調査した。これらを要約すると次のようになる。

現在までの自然対流熱伝達に関するほとんどの研究は、無限流体中に設置された半無限平板の垂直加熱平板を対象としている。このような研究は、平板下方の流動が全く拘束されない加熱平板に沿って十分に発達した境界層を持つ対流場の特性を理解する上で、非常に重要な研究と云えよう。しかしながら、コンピュータ筐体内部に設置される LSI パッケージ等はその代表長さが比較的短いため、これらに半無限平板の自然対流伝熱の知見を適用することは工学的にも無理があるように思える。また、筐体内部においては複数の発熱体が存在するため複数の代表温度があり、さらに発熱体からの対流ブルームが互いに干渉し、非常に複雑な伝熱体系となることが予測される。本研究は低グラスホフ数域における垂直加熱平板の自然対流熱伝達に関し、平板の上・下方に設置された障害物の影響と平板厚さの影響、自然対流場の干渉現象を詳細に調べ、現在までに考慮しなかった低グラスホフ数域における伝熱現象を解明することが目的である。また、重力加速度  $g$  が減少する場合、容易に低グラスホフ数域における伝熱現象となることから、本研究の知見は、将来、低重力下の伝熱現象を解明する可能性が有る。

第2章「垂直加熱平板周囲の障害物が自然対流場へ与える影響（断熱床、断熱天井の影響）」では、 $50 \leq \text{グラスホフ数} Gr \leq 10^6$  の範囲で空気による実験を行い、平板の上・下方の障害物（床と天井）の影響を調べた。また、本研究で利用した数値解析の手法を詳細に報告し、数値解析を実施することで低グラスホフ数域における自然対流熱伝達に与える障害物の影響を詳細に報告した。その結果、障害物の影響で流れ場は大きく変化し、局所熱伝達率が低下することが明らかにされ、障害物の影響を考慮した平均ヌッセルト数の評価式を提示した。さらに、本研究結果と平板下方域において自然対流場の流動を拘束しない半無限平板の相似解 [1] と垂直加熱平板の Churchill [42] の評価式とを比較して、障害物が自然対流場へ与える影響は低グラスホフ数域においてのみ顕著となることを示した。また、筐体内部における発熱体周囲に設置された障害物が有る場合の発熱体配置に関連した提案を行った。

第3章「断熱床面上の垂直加熱平板厚さが自然対流場へ与える影響」では、第2章において断熱床面上に設置された垂直加熱平板の伝熱特性を明らかにしたが、実際の半導体の場合、平板は厚さを持つことが一般的である。そこで、本章では、筐体内部の発熱体を基本的なモデルに置き換え、両壁が等温度の場合における垂直加熱平板の平板厚さが熱伝達特性に与える影響を数値解析で明らかにした。その結果、無次元平板厚さ  $D$  が概略 0.3 より大きくなると平均ヌッセルト数  $Nu$  は一定値へ漸近し、 $Gr > 100$  では  $Nu$  に対する  $D$  の影響はほとんど無視できることを示した。

第4章「温度差がある垂直加熱平板間に発生する自然対流場の干渉現象」では、第3章において展開した厚さを持つ垂直加熱平板に関し、両壁間に温度差がある場合に発生する自然対流場の干渉現象



を数値解析により調べた。両壁の温度比を  $R$  として、 $0 < R < 1$  の場合、 $Gr$  が大きいと両壁側に生じる流れ場は互いに干渉せず独立した流れ場を形成し、 $Gr$  が小さくなると、高温壁側の流れは低温壁側の流れ場を押し込むように低温壁側へと流れ込むようになることが明らかにされた。また、この現象は無次元板厚  $D$  に影響を受け、 $D$  が小さいほど、 $R$  が大きくても流れ込むようになる。また、本解析モデルからの総発熱量に関し、無次元熱流束  $Q_{Total}$  による評価を行ない、平板間の無次元距離  $S$  が  $0.2$  以上ならばボード厚を大きくとる方が、特に低グラスホフ数域における自然対流熱伝達を利用した熱除去の観点から有利となることが示された。 $R < 0$  の場合、流れ場は  $0 < R < 1$  の場合と比較して全く異なる流れ場となり、低温壁では、下降・上昇するロールを生じ、高温側では上昇・下降するロールが発生して逆方向の流れ場が観察された。この流れ場は、 $R$  と  $D$ 、 $Gr$  が小さくなると、二つの逆方向ロールが合流して一つの大きな対流場へと変化していくことが明らかにされた。

以上、本研究の成果は、各章の結言に述べたとおりであり、現在までのほとんどの研究者が考慮しなかった低グラスホフ数域における垂直加熱平板の自然対流熱伝達に関し、現在までに得られている知見とは異なる新たな伝熱特性を報告した。本研究の成果は、コンピュータ等の筐体内部における発熱体配置に関し有益な工学的知見を与えるとともに、低重力下の自然対流伝熱を解明する可能性の有る工学的知見が提示されたものである。

## 参考文献

- [1] 藤井哲・他4名, 伝熱工学の進展3, (1974), 養賢堂
- [2] 山崎郭滋, 永橋優純, 低グラスホフ数域における有限長垂直平板の自然対流熱伝達, 日本機械学会論文集, 57-540, B (1991), pp. 2804-2811
- [3] Kakuji Yamasaki and Yusumi Nagahashi, Natural-Convection Heat Transfer from a Finite Vertical Plate at Low Grashof Numbers, Heat Transfer-Japanese Research, 21(4), (1992), pp. 376-390
- [4] Schmidt, E. and Beckmann, W., Techn. Mech. u. Thermodynamik., 1, 11, (1930), pp. 391-406
- [5] 大竹一友, 北村健三, 基礎伝熱工学, (1991), 共立出版
- [6] 関信弘・他9名, 伝熱工学, (1993), 森北出版
- [7] Ostrach, S., An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force, (1953), NACA, Rep. 1111
- [8] Cheeswright, R., Turbulent natural convection from a vertical plane surface, Trans. ASME, Ser. C-90, (1968), pp. 1-8
- [9] Tsai-Tse Kao, G. A. Domoto and H. G. Elord., Free Convection Along A Nonisothermal Vertical Flat Plate, Trans. ASME, J. Heat Transfer, Vol. 99, No. 1, (1977-2), pp. 72-78
- [10] Yang, K.T. and Jerger, E. W., First-Order Perturbations of Laminar Free-Convection Boundary Layers on a Vertical Plate, Trans. ASME, Ser. C-86, (1964), pp. 107-115
- [11] Suriano, F.J., Yang, K. T. and Donlon, J.A., Laminar free convection along a vertical plate of extremely small Grashof numbers, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.8, (1965), pp. 815-831
- [12] Suriano, F.J. and Yang, K.T., Laminar free convection about vertical and horizontal plates at small and moderate Grashof numbers, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.11, (1968), pp. 473-490
- [13] 宮本政英, 栗間諄二, 短い垂直平板周りの自由対流熱伝達, 第18回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1981), pp. 298-300
- [14] 能登勝久, 松本隆一, 高さと幅の小さい鉛直板周りの自然対流の三次元解析, 日本機械学会論文集, 50-453, B (1984), pp. 1431-1437
- [15] Griffith, E. and Davis, A. H., The Transmissions of Heat by Radiation and Convection, Department of Scientific and Industrial Research, Food investigation Board, Special Report, No.9, His Majesty Stationary Office, London, (1922), pp. 1931
- [16] Gryzagoridis, J., LEADING EDGE EFFECTS ON THE NUSSELT NUMBER FOR A VERTICAL PLATE IN FREE CONVECTION, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.16, (1973), pp. 517-520
- [17] 宮本政英, 秋吉孝紀, 半無限垂直平板の前縁近傍の自由対流熱伝達の特徴 (第一報, 一様伝熱面温度,  $Pr = 0.72$  の場合), 日本機械学会論文集, 47-415, B (1981-3), pp. 461-469
- [18] 宮本政英, 秋吉孝紀, 半無限垂直平板の前縁近傍の自由対流熱伝達の特徴 (第二報, 一様発熱,  $Pr = 0.72$  の場合), 日本機械学会論文集, 47-420, B (1981-8), pp. 1578-1585
- [19] M. MIYAMOTO, Y. KATOH, S. KURIMA, and K. YAMASITA, Free convection heat transfer from vertical and horizontal short plates, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, No. 9, (1985), pp. 1733-1745
- [20] Stuart W. Churchill and Humbert H. S. Chu, CORRELATING EQUATIONS FOR LAMINAR AND TURBULENT FREE CONVECTION FROM A VERTICAL PLATE, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 18, (1975), pp. 1323-1329

- [21] Elenbaas, W., Heat Dissipation of Parallel Plate by Free Convection, *Physica*, Vol. 9, 1942, pp. 1-28
- [22] 相原利雄, 垂直平行平板の自然対流による放熱実験, 日本機械学会論文集, 29-201, 1963, pp. 40-44
- [23] Levy, E. K., Optimum Plate Spacings for Laminar natural Convection Heat Transfer from Parallel Vertical Isothermal Flat Plates, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 93, 1971, pp. 463-465
- [24] Levy, E. K., Eichen, P. A., Cintani, W. R. and Shaw, R. R., Optimum Plate Spacings for Laminar Natural Convection Heat Transfer from Parallel Vertical Isothermal Flat Plates: Experimental Verification, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 97, 1975, pp. 474-476
- [25] 相原利雄, 笹子晃, 補助平板を有する平行平板間の自由対流熱伝達 (伝熱温度一様の場合), 日本機械学会講演論文集, No. 780-18, 1978, pp. 93-95
- [26] 相原利雄, 笹子晃, 補助平板を有する平行平板間の自由対流熱伝達 (第2報, 熱伝達特性に及ぼす補助平板の位置の影響), 第16回日本伝熱シンポジウム講演論文集, No. 1979, pp. 439-441
- [27] Sparrow, E. W. and Bahrami, P. A., Experiments on Natural Convection from Vertical Parallel plates with Either Open or Closed Edges, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, 1980, pp. 221-227
- [28] 宮武修, 藤井哲, 垂直平行平板間の自然対流熱伝達 (一様温度及び断熱の二平板の場合), 化学工学, 36-4, 1972, pp. 405-412
- [29] 宮武修, 藤井哲, 藤井丕夫, 田中宏史, 垂直平行平板間の自然対流熱伝達 (一様熱流束及び断熱の二平板の場合), 化学工学, 36-8, 1972, pp. 859-864
- [30] 宮本政英, 加藤泰, 栗間淳二, 鉛直平行平板間の乱流自由対流熱伝達, 第20回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 1983, pp. 139-141
- [31] Aung, W., Fletcher, L. S. and Sernas, V., Developing Laminar Free Convection Between Vertical Parallel Plates with Asymmetric Heating, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, 1972, pp. 2293-2308
- [32] Sobel, N., Landis, F. and Mueller, W. K., Natural Convection Heat Transfer in Short vertical Channels Including the Effects of Stagger, *Proceedings of Third International Heat Transfer Conference*, Vol. 2, 1966, pp. 121-125
- [33] 宮武修, 藤井哲, 相異なる温度をもつ垂直平行平板間の自然対流熱伝達, 化学工学, 37-5, 1973, pp. 491-496
- [34] 佐原良夫, 武山武郎, 温度の異なる平行平板間の自然対流熱伝達, 日本機械学会講演論文集, No. 750-15, 1975, pp. 21-24
- [35] 宮武修, 藤井哲, 相異なる熱流束をもつ垂直平行平板間の自然対流熱伝達, 化学工学, 37-8, 1973, pp. 852-854
- [36] 玉利賢一, 沢津橋辰郎, 蔵迫兼志, 鉛直平行平板伝熱面を含む長方形断面流路内の自然対流熱伝達 (一様熱流束, 両面加熱の場合), 第20回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 1983, pp. 142-144
- [37] 長谷川修, 山県清, 西川兼康, 開放形熱サイフォンにおける熱伝達 (第一報流動状態の観察結果), 日本機械学会論文集, 28-192, 1962, pp. 930-939
- [38] Lighthill, M. J., Theoretical Considerations on Free Convection in Tubes, *Quarterly Journal of Mechanics and Applied mathematics*, Vol. 6, 1953, pp. 398-439
- [39] Siegel, R. and Norris, R. H., Tests of free Convection in a Partially Enclosed Space Between Two Heated Vertical Plates, *Transaction of The ASME*, Vol. 79, 1957, pp. 663-673
- [40] 伝熱工学資料, (1975), 148, 日本機械学会

- [41]内田秀雄・他4名, 熱伝達特論, (1964), 裳華房
- [42]Churchill, S. W. and Chu, H. H. S., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 18, (1975), pp. 1323-1329
- [43]松村博昭, 垂直平板自然対流熱伝達におよぼす板幅の影響, 日本機械学会論文集, 47-417, B(1981), pp. 911-914
- [44]山崎郭滋, 下端が閉じた垂直並行平板内の自然対流熱伝達 (第1報, 数値解析), 日本機械学会論文集, 53-491, B(1987), pp. 2116-2123
- [45]山崎郭滋, 下端が閉じた垂直並行平板内の自然対流熱伝達 (第2報, 実験), 日本機械学会論文集, 53-491, B(1987), pp. 2124-2129
- [46]斉藤朗・山崎郭滋・三田地紘史, 傾斜加熱平板に沿う複合対流の流動と熱伝達, 第35回日本伝熱シンポジウム講演論文集, Vol. III, (1998), pp. 761-762

## 記 号

$a$	: 温度伝導率	[ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
$b$	: 加熱板側壁と固体壁との距離	[ $\text{m}$ ]
$B$	: 加熱板側壁と固体壁との無次元距離 = $b/h$	[ - ]
$B_i$	: ビオ数 = $\alpha_m l / \lambda$	[ - ]
$d$	: 平板厚さ	[ $\text{m}$ ]
$D$	: 無次元の平板厚さ (無次元板厚) = $d/h$	[ - ]
$g$	: 重力加速度 = 9.8	[ $\text{m}/\text{s}^2$ ]
$Gr$	: グラスホフ数 = $g \beta h^3 (T_h - T_\infty) / \nu^2$	[ - ]
$Gr^*$	: 修正グラスホフ数 = $g \beta h^4 q / \lambda \nu^2$	[ - ]
$h$	: 加熱平板高さ	[ $\text{m}$ ]
$l$	: 代表長さ	[ $\text{m}$ ]
$K$	: 熱貫流率	[ $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ]
$Nu$	: 平均ヌッセルト数	[ - ]
$Nuh$	: 局所ヌッセルト数	[ - ]
$p$	: 圧力	[ $\text{Pa}$ ]
$Pr$	: プラントル数 = $\nu/a$	[ - ]
$q$	: 熱流束	[ $\text{W}/\text{m}^2$ ]
$Q_{\text{Total}}$	: 無次元発熱量 = $h q_{\text{Total}} / \lambda (T_h - T_0)$	[ - ]
$Ra$	: レイリー数 = $Pr \times Gr$	[ - ]
$Ra^*$	: 修正レイリー数 = $Pr \times Gr^*$	[ - ]
$R$	: 両壁間の温度比 = $(T_c - T_0) / (T_h - T_0)$	[ - ]
$s$	: 平板上端と上方固体壁との距離	[ $\text{m}$ ]
$S$	: 平板上端と上方固体壁との無次元距離 = $s/h$	[ - ]
$t$	: 時間	[ $\text{s}$ ]
$T$	: 温度	[ $^\circ\text{C}, \text{K}$ ]
$\Delta T$	: 平板と周囲流体温度との温度差 = $T_w - T_\infty$	[ $\text{K}$ ]
$u, v$	: $x$ 及び $y$ 方向の速度成分	[ $\text{m}/\text{s}$ ]
$U, V$	: 無次元速度成分 = $uh/\nu, vh/\nu$	[ - ]
$x, y$	: 垂直及び水平距離	[ $\text{m}$ ]
$X, Y$	: 無次元座標 = $x/h, y/h$	[ - ]
$\Delta X, \Delta Y$	: $x, y$ 方向の計算メッシュ幅	[ $\text{m}$ ]

### ギリシャ文字

$\alpha$	: 局所熱伝達率	[ $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ]
$\beta$	: 体膨張係数	[ $1/\text{K}$ ]
$\theta$	: 無次元温度 = $(T - T_\infty) / (T_h - T_\infty)$	[ - ]

$\lambda$	: 熱伝導率	[ W/mK ]
$\mu$	: 粘性係数	[ Pa s ]
$\nu$	: 動粘性係数	[ m <sup>2</sup> /s ]
$\rho$	: 密度	[ kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$	: 無次元時間 = $t \nu / h^2$	[ - ]
$\Psi$	: 流れ関数	[ m/s <sup>2</sup> ]
$\Psi$	: 無次元流れ関数 = $\Psi / \nu$	[ - ]
$\omega$	: 渦度	[ 1/s ]
$\Omega$	: 無次元渦度 = $\omega h^2 / \nu$	[ - ]

#### 添え字

c	: 低温壁の
h	: 高温壁の
i, j	: x 及び y 方向格子番号
m	: 平均の
max	: 最大の
r	: 放射による
$\infty$	: 無限遠点の

## 謝 辞

本研究をまとめるにあたり、東京商船大学・刑部真弘教授には懇切なご指導とご鞭撻を頂きましたことに感謝し、ここに厚くお礼申し上げます。大学院在学中に研究室を代える問題を起こしましたが、刑部真弘教授に救って頂きました。重ねてお礼申し上げます。

本論文を提出するにあたり、ご多忙中に係わらず有意義なご教授とご校閲を賜りました東京商船大学・藤田稔彦教授、同校・副学長 五島正雄教授に厚くお礼申し上げます。

また、東京商船大学・賞雅寛而教授には、海外論文の作成法や海外発表の機会（米国・サンフランシスコで行われた FEDSM-99 /1999 年、同国・ボルチモアで行われた ICONE-8 /2000 年）を与えて頂き、感謝しております。

伝熱研究に関し有益なご指導と将来の伝熱工学の展望を示して頂いた九州大学・藤井哲教授（当時）に心から感謝しております。北海道大学において、藤井哲教授と伝熱研究に関し意見交換できたことは、その後の筆者の研究活動に多大な影響を与えてくれました。お礼申し上げます。

本研究を遂行するにあたり多くの方々のご支援を頂きました。

豊橋技術科学大学・三田地弘史教授、北村健三教授、鈴木孝司助教授には、内地留学から今まで大変お世話になりました。実験装置の設計からデータ解析に至るまで懇切丁寧なご指導を頂き、厚くお礼申し上げます。

富山商船高等専門学校 前々校長・竹村数男先生にも生活一般から研究姿勢に関する大局的なご指導を賜りました。心から感謝しております。

また、大学時代からの指導教官である富山商船高等専門学校 現校長・吉田卓也先生、同校 商船学科機関コース元主任・橋本千尋教授（現図書館長）、現主任・寺村真慮教授には、研究費のご支援とご鞭撻を頂き、安達勝範教官（元日本郵船・機関長）には授業のフォローをして頂きました。厚くお礼申し上げます。

研究の遂行に当たり、実験装置の設計、製作および改良で富山商船高等専門学校 第二実習係・吉本勝治係長、同係・小竹外治氏、同係・白川博樹氏、大内秀一氏（当時）に大変お世話になりました。複雑な実験装置をお願いしても快く引き受けて頂き、この間、数値計算に集中することが出来ました。研究をスムーズに遂行出来たのは、長期に渡る 吉本・小竹 両技能専門職員の献身的な補佐の賜物です。心から感謝いたします。

本研究は、平成4年7月に豊橋技術科学大学で行われた高専教官向け文部省・情報処理技術者上級講習会に参加して、高知工業高等専門学校の山崎郭滋教授（当時）にお会いしてから始まった。高知空港へ降り立った私に「よく来たぜよ。先生の研究を立ち上げてあげる。」と云って満面の笑みで迎えてくれた山崎郭滋教授と紺碧に輝く高知の空を今も忘れることが出来ない。山崎郭滋教授から、学術的な知識や人生の指針に至るまで計り知れない程のご指導を頂きました。ここに記して深甚の謝意を表します。

最後に、越中島を卒業して幾星霜、はや20年の月日が過ぎようとしています。このたび、母校・越中島で研究を纏められる事に心から感謝し、私からの謝辞に代えさせていただきます。ありがとうございました。

## Appendix. A 半無限平板の相似解の誘導

ここでは、半無限平板の相似解の概略を述べる。尚、相似解については、文献 [1] に詳細に報告されている。

相似解とは、第 1 章で述べたように自然対流場を表す方程式を解析する一つの方法である。層流自然対流場を表す式は空間座標  $x, y$  の偏微分方程式であるが、その解である温度場、速度場を  $x$  と  $y$  との適当な組み合わせからなる一つの独立変数によって表すことができる場合がある。このような相似変数を導入した解析を相似解と言う。

層流自然対流場を表す式に境界層近似を適用すると次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{A-1})$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta \Theta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{A-2})$$

$$u \frac{\partial \Theta}{\partial x} + v \frac{\partial \Theta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \quad (\text{A-3})$$

ここで、 $\Theta = T - T_\infty$  である。

式 (A-1) ～ (A-3) を解くために次の相似変数を導入する。

$$\eta = C_1 x^{\frac{1}{4}} y \quad (\text{A-4})$$

$$f(\eta) = \frac{\Psi}{C_2 x^{\frac{3}{4}}} \quad (\text{A-5})$$

$$h(\eta) = \frac{\Theta}{\Theta_w} \quad (\text{A-6})$$

ここで、 $C_1, C_2$  の取り方により異なった微分方程式が得られるが、ここでは次のように選定する。

$$C_1 = \left( \frac{g\beta \Theta_w \text{Pr}}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (\text{A-7})$$

$$C_2 = a(C_1) \quad (\text{A-8})$$

このように変数を変換することで



$$f^{(3)} + \frac{3}{4\text{Pr}} f \times f^{(2)} - \frac{1}{2\text{Pr}} (f^{(2)})^2 + h = 0 \quad (\text{A-9})$$

$$h^{(2)} + \frac{3}{4} f \times h^{(1)} = 0 \quad (\text{A-10})$$

を得る。本微分方程式を解くことにより，平均ヌッセルト数  $Nu$  は次式で与えられる。

$$Nu = \frac{4}{3} (-h(0))^{(1)} \times Ra^{\frac{1}{4}} \quad (\text{A-11})$$

式 (A-11) に含まれる微分項の値は研究者によって異なるが，文献 [1] に示すようにすると本研究で利用した半無限平板の相似解の式となる。

$$Nu = 0.515 Ra^{\frac{1}{4}} \quad (\text{A-12})$$

式 (A-12) は層流自然対流場に境界層近似を適用して，半無限平板における平均ヌッセルト数  $Nu$  を誘導していることに配慮する必要がある，半無限平板に沿って十分に発達した境界層を持つ自然対流場を対象としている。

## Appendix. B 一様流中に設置された傾斜加熱平板に沿う流動と熱伝達

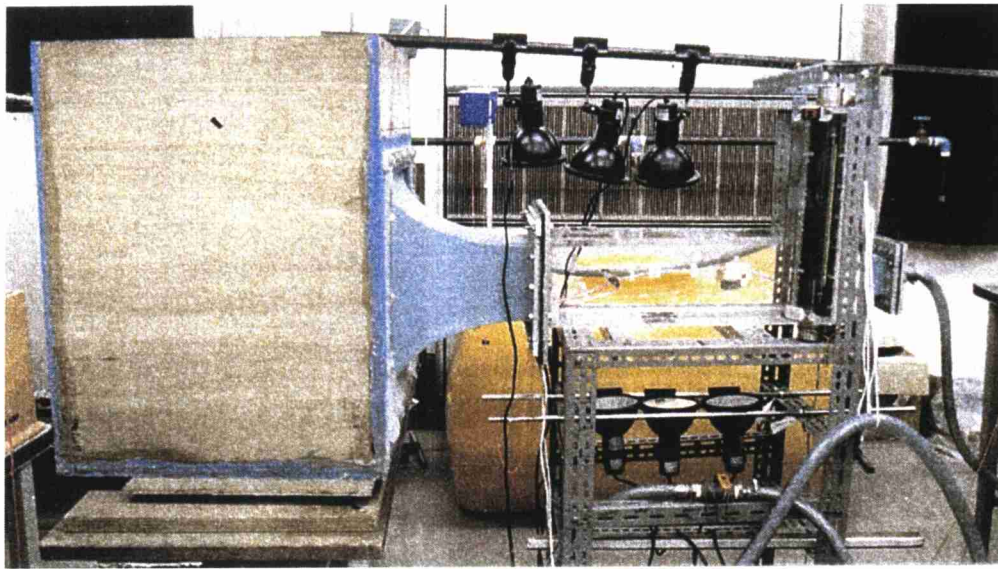
ここでは、傾斜加熱平板上に形成された自然対流場に弱い一様流が干渉した場合の伝熱特性の概略を報告する（尚、詳細は文献 [46] を参照）。

実験装置の概略を図 B-1(a) ~ B-1(b) に示す。実験装置の主要部は、貯水タンク、一様流の形成と流れ場の乱れを取り除くための縮流ダクト、テスト部、流量計から構成される。図 B-1(b) に示す加熱平板は、高さ 30 mm、幅 150 mm のアクリル板に K 型熱電対（ $\phi 0.05$  mm, 0.72 級）を埋め込み、その表面に厚さ 0.01 mm の SUS 304 箔を貼り、交流電源からスライダックを経て通電・加熱される。

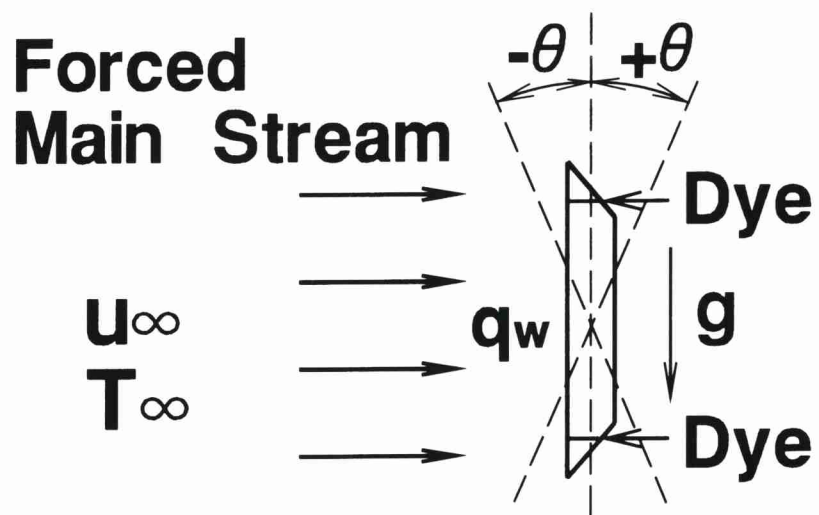
実験結果の一例として主流に対して -45 度傾斜させた場合の平板近傍の流動の可視化結果を図 B-2(a) ~ B-2(d) に示す。尚、平板近傍の流れ場は平板の上・下端部に設けた孔からローダミン B をヘッドによって注入し可視化した。平板近傍の流れ場には、加熱平板上の対流場による浮力と主流による平板に沿う下降流の慣性力の強弱により四つのフローパターンが観察された。図 B-2(a) は注入した色素が加熱平板の後縁側に流れる場合で、加熱平板上において対流浮力が流れの慣性力よりも大きいことが考えられる。図 B-2(b) は、平板近傍の流れが前縁・後縁側へ分離する場合のフローパターンである。現在、この流れ場の詳細な解析は十分になされていないが、対流浮力と流れの慣性力の強弱が相互に関係しているものと推測される。図 B-2(c) は後縁部からの色素は平板に沿い下降し、また前縁部からの色素は平板に沿って上昇し、この 2 つの流れが平板中心部で合流しほぼ静止するようになる。図 B-2(d) は色素が前縁側へ全て流れる場合である。

これらのフローパターンには、加熱で生じる平板上の対流浮力と傾斜平板に沿って下降してくる主流の慣性力との強弱が影響していると考えられる。すなわち、（対流浮力） > （慣性力）の場合、図 B-2(a) に示すような流れ場となり、（対流浮力） < （慣性力）の場合、図 B-2(d) に示すような状態になると考えられる。また、修正レイリー数  $Ra^*$  とレイノルズ数  $Re_s$  のある範囲で、（対流浮力） $\approx$ （慣性力）となり、図 B-2(c) に示すように流れが平板近傍でほぼ停止し、平板近傍の流れはよどみ点に近い状態となる。しかしながら、この場合においても前縁・後縁部から色素が後流側へ流れるため、平板近傍の流体はゆるやかに流動しているものと考えられる。傾斜加熱平板の平均ヌッセルト数分布を図 B-3 に示す。図中の実線は、レイノルズ数  $Re_s=0$ （自然対流）の場合の修正レイリー数  $Ra^*$  と  $Nu$  の関係式である。図から明らかのように、弱い流れと対流場が干渉し平板上の流動が静止状態に近づいた状態（図 B-2(c)）になると、 $Nu$  は自然対流熱伝達の場合より低下することが明らかになった。しかしながら、この場合、温度変動が発生し非常に不安定になる。

本実験の目的は流れに設置された加熱平板に関し、流れと対流場が干渉した場合の伝熱特性を明らかにすることである。したがって、本研究における低グラスホフ数域における自然対流熱伝達の研究とは直接関係ないが、弱い流れと自然対流場が干渉した場合の一例として参考までに記した。

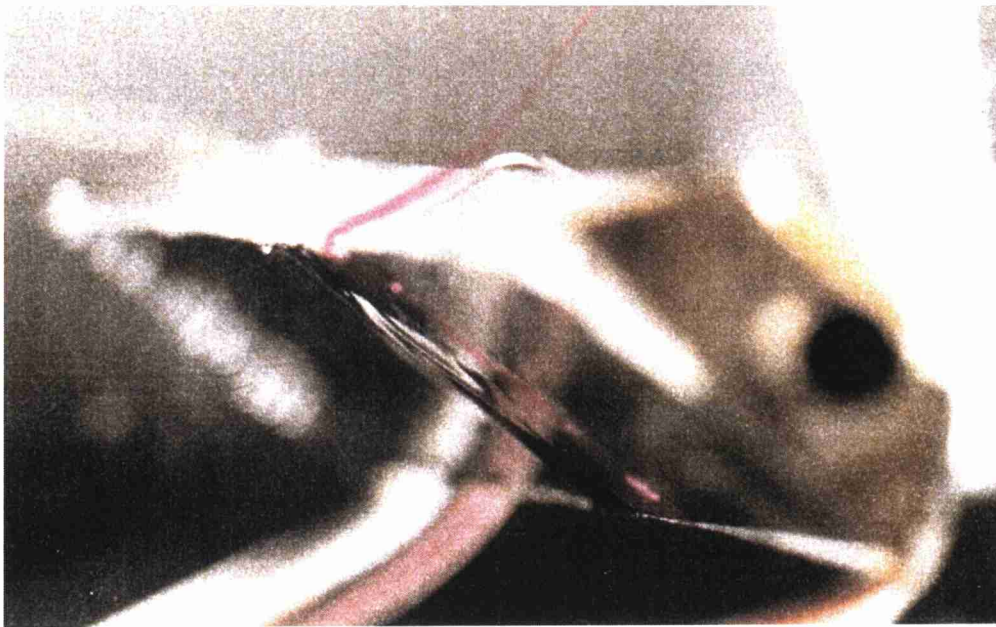


(a) 全体概略



(b) 傾斜加熱平板

図 B-1 実験装置の概略

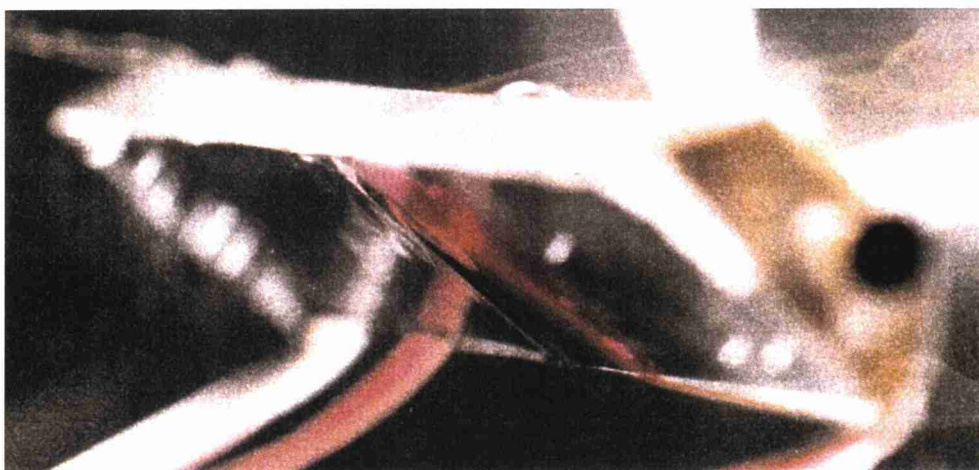


(a) 上昇流 (  $Ra^*=2.1 \times 10^8$ ,  $Res=50$  )



(b) 分離流 (  $Ra^*=7.7 \times 10^7$ ,  $Res=100$  )

図 B-2 加熱平板近傍における流動の可視化



(c) 流動停滞 (  $Ra^*=9.7 \times 10^7$ ,  $Res=280$  )



(d) 下降流 (  $Ra^*=3.7 \times 10^7$ ,  $Res=200$  )

図 B-2 加熱平板近傍における流動の可視化



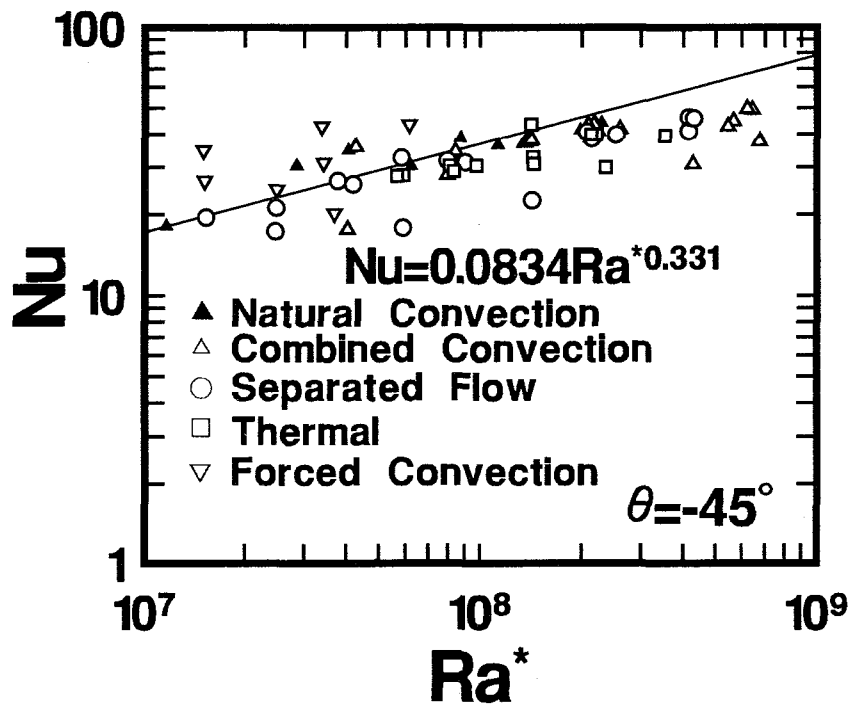
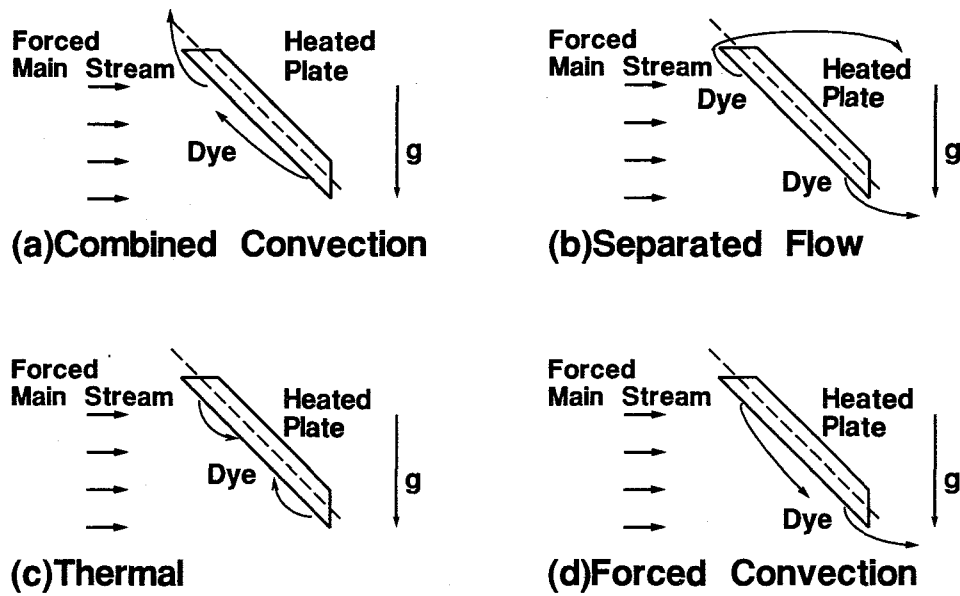


図 B-3 加熱平板の平均ヌッセルト数分布